Forord

Denne boka er en revisjon av 1. utgave fra 2004. Det er rettet opp en del feil og gjort noen klargjøringer og forbedringer av teksten. Alle figurer er tegnet på nytt, og det er satt inn en del helt nye figurer. Kapitler, underkapitler og oppgaver er nummerert som før. Det er bare gjort minimale redigeringer av oppgaver. Boka er skrevet om i et annet tekstbehandlingssystem. Det har medført vesentlige endringer i sidetall. Boka ble opprinnelig skrevet med tanke på bruk i kurset Matematikk 3 etter læreplanen for allmennlærerutdanningen fra 1998. Denne planen gjelder ikke lenger. Derfor vil kurs hvor boka er aktuell kunne ha forskjellige navn, og det kan variere hvor tett kurset følger boka.

Målgruppen for boka er vordende og nåværende lærere som skal undervise i matematikk. Likevel er boka ikke en didaktikkbok. Den kan derfor også leses av de som ikke sikter mot skolen. Boka nærmer seg tallteori og tallenes egenskaper gjennom en omfattende bruk av visualiseringer, konkretiseringer og språklige bilder. Fremstillingen skiller seg ganske mye fra de fleste bøker i tallteori beregnet for universiteter. Det legges stor vekt på innsikt og fokuseres ikke bare på beherskelse av regneteknikker og metoder. Lærere og lærerstudenter kan også lese boka som en innføring i algebra gjennom arbeid med tallmønstre og tallenes egenskaper. Dette er en av flere måter å nærme seg læring av algebra på. Studenter som skal studere tallteori eller abstrakt algebra på høyere nivå, kan bruke boka som en innføring i de grunnleggende ideene bak den mer abstrakte matematikken de møter i avanserte universitetskurs.

Det forutsettes forkunnskaper svarende til det obligatoriske kurset i matematikk i allmennlærerutdanningen på 30 studiepoeng etter rammeplanene fra 1998 og 2003. Tilsvarende kunnskaper kan selvsagt også tilegnes gjennom arbeid med andre kurs eller bøker.

Boka er delt opp i seksten nummererte kapitler. Hvert underkapittel er også nummerert. For eksempel er underkapitlene i kapittel 2 nummerert som 2.1, 2.2 osv. Underkapitlene blir referert til som avsnitt og med nummeret sitt. Oppgaver er nummerert fortløpende innen hvert kapittel, men ikke etter underkapitler. Slutten på oppgaver og nummererte eksempler er markert med en $\triangle$. Noen ganger står oppgaver inne i teksten. Det er tenkt at de skal jobbes med før du leser videre. Ellers er oppgavene samlet på slutten av underkapittelene. Viktige resultater kalles teoremer og lemmaer. Et lemma er et hjelperesultat. Vanligvis betyr det at et lemma ikke er så sentralt som et teorem, men det er ikke alltid slik. Noen ganger er de også viktige resultater, men blir av historiske grunner omtalt som lemmaer. Teoremer og lemmaer og nummereres kapittelvis. Fasit vil bli lagt ut på internett, www.caspar.no/visuelle/tallteori.

Boka har en systematikk og en struktur, men systematikken er mer preget av den pedagogiske og begrepsmessige logikk enn den rent matematikkfaglige logikk. Likevel har matematikkens indre logikk og system også en viktig plass. Forfatteren har noe å fortelle. Hensikten er å formidle noen av de gode matematiske fortellingene. Både begreper, teknikker, tenkemåter og fagets struktur er en kulturarv som menneskene både enkeltvis og i felleskap har bidratt til. Vi ønsker at du skal gjøre denne kulturarven til din, ikke bare reprodusere den. Kunnskapen må bli en levende del av ditt eget liv.

Bokas innhold

Kapittel 1 en introduksjon til en del av tenkningen bak boka og innføring i noen grunnleggende begreper og symboler knyttet til tall og tallmengder.

Kapittel 2, 3 og 4 om kvadratsetningene, kvadratisk multiplikasjonsalgoritme og Fermats faktoriseringsmetode er en form for oppvarming som skal repetere og gi øvelse i en del grunnleggende ferdigheter som er nødvendige i det videre arbeidet. Den kvadratiske multiplikasjonsalgoritmen og Fermats faktoriseringsmetode er artige eksempler som gir ny innsikt i kvadratsetningene og hvordan de henger sammen med begrepet faktorisering. Den kvadratiske multiplikasjonsalgoritmen kan også gi didaktisk innsikt som er aktuell i grunnskolen.

Kapittel 5 tar for seg bruk av variable til å begrunne generelle påstander i matematikken. Spesielt kommer kapitlet inn på partall og oddetall og deres egenskaper. Dette er et kapittel som det er naturlig å vende tilbake til når du arbeider lenger ute i boka. Et kort kapittel kan ikke gjøre deg utlært i noe så omfattende og komplisert som å bruke variable til å begrunne påstander.

Kapittel 6, 7 og 8 tar for seg figurtall og følger. Figurtall er et viktig spesialtilfelle av tallfølger. De er verdifulle fordi de så lett kan visualiseres og konkretiseres. Kapittel 6 tar for seg trekanttall og kvadrattall som er de enkleste figurtallene. Hovedkapitlet om følger er kapittel 7. Tall som kommer etter hverandre etter et bestemt system eller mønster er et godt bidrag til å føre elever og studenter inn i algebraens verden. I likhet med kapittel 5 settes fokus på det generelle fremfor tallenes individualitet.

De fire kapitlene 9, 10, 11 og 12 omhandler alle på forskjellig vis tallenes delelighetsegenskaper. Det er en klar faglig progresjon hvor hvert kapittel bygger på det foregående. Kapittel 9 introduserer hovedtemaet delelighet og tar for seg det grunnleggende. Kapittel 10 tar blant annet for seg Euklids algoritme. Den er nødvendig for å forstå løsningsmetoden for diofantiske ligninger i kapittel 11. Kronen på verket er kapittel 12 om kongruensregning. Du bør ha arbeidet godt med de andre kapitlene før du går løs på dette. På den annen side kan du gjennom dette stoffet også få nytt lys over de tidligere kapitlene.

Kapittel 13 og 14 gir to eksempler på skolerelevante temaer. Pytagoreiske tripler i kapittel 13 er nyttige når du som lærer skal lage geometrioppgaver med «pene tall» som svar. Kapitlet gir også eksempler på bruk av variable til å begrunne påstander. Fibonaccitallene i kapittel 14 er et eksempel på en tallfølge med en rekursiv formel som gir det neste tallet fra de to siste tallene. Det gylne snitt anvendes mye i kunst og har nær sammenheng med Fibonaccitallene. I naturen finnes mange eksempler hvor Fibonaccitall og det gylne snitt dukker opp.

Kapittel 15 og 16 gir fordypning i teoristoff. Kapittel 15 tar for seg hvordan primtallene er fordelt. Det grunnleggende om primtall står i kapittel 9. Også kapittel 16 går i dybden på et tema fra kapittel 9, nemlig aritmetikkens fundamentateorem. Beviset for dette resultatet er ganske krevende og har derfor fått sin plass i kapittel 16, fremfor det mer grunnleggende kapittel 9. Tanken er at du kan arbeide med resten av boka uten å ha lest kapittel 16.

Bokas historikk

Første utgave av boka kom i 2004. Boka har en forhistorie som er et kompendium utgitt gjennom studentsamskipnaden ved Høgskolen i Hedmark, Elverum. I den første versjonen av tallærekompendiet studieåret 94/95 bidro Dr. Scient. Nils Fjeldsø sammen med undertegnede. Nåværende forfatter har gjort flere revisjoner etter dette. Fjeldsø har ikke deltatt i arbeidet med boka eller revisjonene av kompendiet.

Hamar, september 2009

Reinert A. Rinvold