

Um árþúsundin

Höfundur greinarinnar setur eins konar ævintýraramma utan um spurninguna: Hvers konar stærðfræðikunnátta verður nytsamleg á nýrri öld? Hann dregur fram og lýsir átta meginsviðum og vekur athygli á því að þau séu ekki einangruð hvert frá öðru og að ekki sé hægt að meta nemendur á þessum sviðum með prófum. Samnorræna hugmyndin um að stærðfræði sé fyrir alla, er í umræðunni tengd hugtakinu hæfni sem er mun viðtækara en hvers kyns færni eða leikni. Þessar ástæður valda því að kennslan verður að fela í sér aðgreiningu til þess að hún varði hvern nemanda og ögri þeim hverjum og einum. Í stærðfræðikennslunni ætti að segja sögur og ævintýri og við verðum, ekki síst innan Norðurlandanna þar sem við erum menningarlega svo náskyld, að vinna saman að því að gefa stærðfræðinni vængi.

Vuosituhanista

Melkein seikkailunomaisissa puitteissa kirjoittaja kysyy, mitä matematiikan tietoja voidaan pitää «hyödyllisinä» uudella vuosituhanella. Hän esittää ja kuvailee kahdeksan pääaluetta ja huomauttaa, etteivät ne esiinny erillisinä ja ettei niiden mukana oloa voi mitata kokeellisesti.

Pohjoismainen malli, jonka mukaan opetus on tarkoitettu kaikille, mainitaan yhdessä kompetenssin käsitteen kanssa, joka asiallisesti on paljon enemmän kuin kysymys valmiuksista. Tästä seuraa, että opetusta on tarpeen eriyttää, jotta se olisi tarkoituksenmukaista ja haastavaa kaikille oppilaille.

Matematiikan opetuksessa on tapahtunut monenlaisia seikkailuja. Pohjolassa, jossa on olemassa läheinen kulttuurisukulaisuus, ei ole vaikeata tehdä yhteistyötä matematiikanopetuksen saamiseksi nousuun.



Ib Trankjær

Om årtusinder

Ja, om årtusinder kommer de på dampens vinger igennem luften hen over verdenshavet! Amerikas unge beboere gæster det gamle Europa.

Sådan indleder H. C. Andersen (1805–1875) historien „Om årtusinder”. Han slutter:

Een dags ophold for Tyskland og een for Norden, for Ørstedes og Linnés fædreland og Norge de gamle heltes og de unge nordmænds land. Island tages på hjemfarten; Gejser koger ikke længere, Hekla er slukket, men som sagas evige stamtavle står den stærke klippe i det brusende hav.

„I Europa er meget at se!” siger den unge amerikaner; „og vi har set det i otte dage, og det lader sig gøre som den store rejsende”.

At de kom, fik H. C. Andersen ret i. I dag kan vi sige, at de *kommer surfende* igennem elektroniske kanaler. De kommer ikke blot som turister. De medbringer og efterlader en amerikansk kultur på godt og ondt.

Man behøver ikke at være specielt fremsynet for at kunne se, at dette er en af de store udfordringer, matematikundervisningen står over for i det nye årtusinde. Vi må i Norden få drøftet og taget stilling til, hvordan vi i netop vores kultur vil udnytte de elektroniske hjælpemidler fra lommeregneren og fremad. Vi bør ikke blindt overtage de surfende tilbud. De nye muligheder må tilpasses og berige vores fagsyn og menneskesyn.

Selv om vi har haft 25 år med lommeregner i skolen, er brugen af dem langt fra blevet accepteret af forældre og samfund. Dette kom tydeligt til udtryk, da danske politikere i 1996 opdagede, at eleverne ved folkeskolens nye

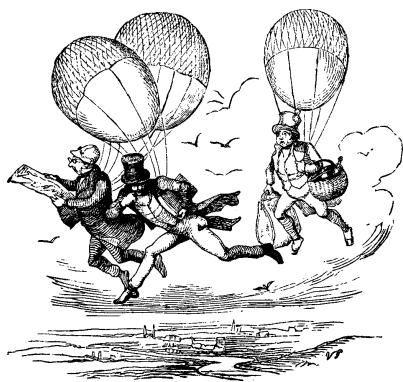
afgangsprøve efter 9. klasse måtte benytte lommeregner til løsning af alle opgaver. Stor ståhej! Gamle regler blev genindført. Eleverne skulle fortsat prøves i et sæt opgaver, hvor der ikke måtte benyttes lommeregner. Det kan virke helt uforståeligt, når man samtidig stiller krav om integration af edb overalt i undervisningen.

Halehoi!

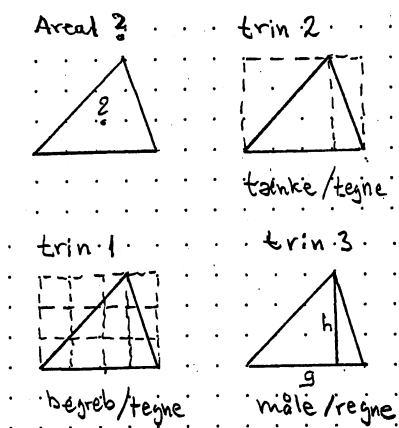
For at fortsætte med H. C. Andersen så skriver han i eventyret om Klods Hans, at brødrene „... *havde forkundskaber og de ere nyttige*. Den ene kunne udenad hele det latinske lexicon og byens avis for tre år, og det både forfra og bagfra.”

Men hvad er i det nye årtusinde nyttige kundskaber i matematik? Specielt når vi tænker på, at vi har alle de elektroniske hjælpemidler til rådighed? Jeg vil her begrænse mig til at lade nyttige kundskaber vedrøre den almindelige daglige omgang med tal, da det er herom, megen debat i samfundet handler. „Skal de ikke kunne regne mere?”, spørger folk ofte, når de erfarer, at eleverne bruger lommeregner i skolens matematiktimer. At indkredse blot dette „at kunne regne” kan være vanskeligt nok. Men jeg vover i stikordsform at give et bud til debatten. Nyttige kundskaber at sigte mod for de elever, vi sender ud af skolen i første del af dette årtusinde, kan være:

- At kunne læse og forstå forskellige repræsentationsformer for talangivelser.
(fx 2000 = to tusinde = $2 \cdot 10^3 = \text{MM}$)

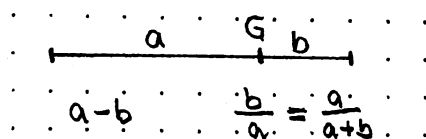


- At kunne følge og tage stilling til andres regnemæssige fremgangsmåder og forklaringer.
(fx Som de optræder på løn- og skatteopgørelser.)
- At kunne vælge tal og regnemetode i en aktuel situation og begrunde valget i samtale med andre.
(Matematiske modeller)
- At have kendskab til generelle regneregler.
($2000:100 \cdot 13 = 2000 \cdot 0,13$)
- At have tillid til, at man kan regne inden for det talområde, man har kendskab til.
(Det betyder, at man tør tage udgangspunkt i eget ståsted i stedet for at straks at udbryde: Jeg kan ikke huske, hvordan jeg finder arealet af en trekant!)



- At kunne vælge og bruge hensigtsmæssige hjælpemidler til beregninger.
(Hovedregning, papir/blyant, regnemaskine eller computer.)
- At kunne læse og benytte formler.
(fx Beregne værdien af B ud fra givne tal i formlen, $B = V : h^2$)
- At kunne sammenligne to tal.
a - b (absolut)
a / b (relativt)

„Det er umuligt, siger Platon forklarende, virkelig at sammenstille to størrelser uden ved hjælp af en tredje.”



De nævnte otte områder vil naturligvis kun sjældent forekomme isoleret. Ofte vil de indgå i sammenhænge både med hinanden og med forhold fra virkeligheden. De valgte „nyttige kundskaber” bliver først rigtigt nyttige, når de kan hentes frem og benyttes i andre sammenhænge end dem, hvori de blev lært. Og de skal kunne inddrages, uden at der af andre bliver stillet regne-opgaver. Det bør blive naturligt for eleverne at forholde sig til og regne på talmæssige angivelser i alle de utallige forekomster i dagligdagen. Med eller uden regnemaskine.

Hørt fra Folketingets talerstol 16. november 1999:

I ministerens egen udgivelse læser jeg, at 39 % af den mandlige befolkning aldrig kommer på bibliotekerne, og at 30 % af den kvindelige del af befolkningen aldrig kommer der. Når man lægger det sammen ... så giver det befolkningen tilsammen, og det må være 69 %.

Om eleverne har tilegnet sig sådanne kundskaber, kan ikke kontrolleres gennem en færdighedsprøve i de fire regningsarter uden brug af tekniske hjælpemidler. Til gengæld kan de tekniske hjælpemidler flytte vægningen i undervisningen. Eleverne kan slippe for at skulle konkurrere med maskinerne om at regne hurtigere og sikrere. De kan få tid til at arbejde mere dybtgående med de omtalte områder. Tænkningen kan koncentreres om det væsentlige – problemløsningen. Det drejer sig måske mest af alt om at turde kaste lidt mudder på oldermanden og få de mere skæve Klods-Hanskundskaber gjort acceptable.



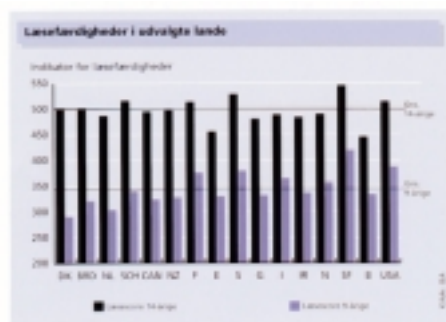
„Hun duede ikke”

I de nordiske lande har der været en fælles optagethed af at give alle elever – uanset social baggrund – de bedste muligheder for uddannelse. Samtidig har man ønsket stor solidaritet og lighed mellem de forskellige befolkningsgrupper. Man taler om en skandinavisk velfærdsmodel. For matematikundervisningen har dette betydet en kæmpe udfordring. Helt konkret er det fx kommet til udtryk gennem undervisningsmaterialet Hej Matematik, der bl. a. sigtede mod at gøre matematik tilgængelig for alle elever.

Sagt med dagens ord kan sådanne hensigter genfindes i formålet for matematikundervisningen i folkeskolen:

„Undervisningen skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en kulturel og samfundsmæssig sammenhæng. Med henblik på at kunne tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab skal eleverne kunne forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse.”

Eksempelvis kan arbejdet frem mod at tilgode formålet tage udgangspunkt i denne grafiske talopgørelse over læsefærdigheder i en række lande.



En lærer kan vælge mellem mange tilgangsmuligheder. Man kan vælge at stille eleverne over for faktuelle spørgsmål: Hvad var læsescoren for mit land? Hvor mange lande lå over gennemsnittet? Spørgsmålene kan gøres vanskeligere ved at bede om at få beregnet: Forskellen mellem ... Hvor meget steg ...?

Men der er fortsat tale om simple spørgsmål, som næppe kan siges at sigte mod formålet for matematikundervisningen. Der må arbejdes med mere dybtgående spørgsmål, og ikke mindre vigtig må der skabes en interesse blandt eleverne for at se nærmere på fremstillingen. Den må sættes ind i en sammenhæng fx ved en problematisering. Man kunne få ældre elever til at forholde sig til udsagnet: ... danske elevers færdigheder lå væsentligt under gennemsnittet ... Sådan bliver grafen fortolket i en fremstilling af DI (Dansk Industri).

Endelig kunne man lade eleverne vurdere den faglige kvalitet af den valgte grafiske fremstilling – er den tendentiøs? Hvad betyder tallene?

Slutmålet for matematikundervisningen må naturligvis være, at eleverne som voksne af egen drift vil og kan gå ind og forholde sig til lignende fremstillinger under benyttelse af alle de tilegnede nyttige kundskaber.

Går vi blot et halvt århundrede tilbage, var der ingen, der mente, at alle elever behøvede at kunne læse og benytte formler – eller for dens sags skyld var i stand til at lære det. At alle har kunnet lære at benytte formlen $B = V : h^2$, har erfaringerne tydeligt vist. I denne proces har de tekniske hjælpemidler været til stor nytte. Men det har nok undret mange, at man således har kunnet få større grupper af elever til at håndtere regneproblemer, som tidligere var forbeholdt de få. Naturligvis vil elevernes færdigheder i at håndtere symbolske udtryk være forskellige. Dette rejser et specielt problem for lærerne i undervisningen. Hvordan kan undervisningen planlægges og gennemføres, så alle elever får passende udfordringer?



Kejserens nye klæder

At gennemføre en undervisning, hvor der bliver stillet passende udfordringer til den enkelte elev, har fået betegnelsen undervisnings-differentiering. Et 28 bogstaver langt ord der

angiver et princip for undervisningen. Det kan der ikke siges noget nyt om. Det har vi da altid forsøgt under de givne betingelser, kan man høre lærere sige. Undertiden betegnes princippet som „Kejserens nye klæder”.

Skal de forannævnte hensigter kunne følges, slipper man imidlertid ikke for at tage stilling til, *hvordan man kan gennemføre en undervisning*, hvor alle elever får mulighed for fx at benytte formler og lignende. Der skal mere til end blot at lade de svageste elever regne færre opgaver.

Ser vi fortsat på formlen $B = V : h^2$, vil eleverne kunne arbejde med den på forskellige abstraktionsniveauer. At gøre erfaringer hermed er helt centralt for en lærer, der vil arbejde bevidst ud fra princippet om undervisnings-differentiering.

De fleste ældre elever vil kunne sætte tal ind for V og h og herefter ved hjælp af den moderne teknik udregne størrelsen af B . B står for kropsmasseindeks (BMI) og er et tal, der angiver, om en person er normalvægtig, overvægtig eller fed. V er personens vægt, og h er højden.

For nogle elever får formlen først indhold, når den kommer til at beskrive et forhold fra virkeligheden. Og de fleste skal helst have et tal-eksempel knyttet til for at kunne se meningen.

Er jeg med mine mål overvægtig? Ja, det kommer an på, hvor grænsen sættes, og det kan matematikken ikke give svar på. Hvad så? Særligt interesserede elever kan undersøge, om der findes andre formler, der handler om det samme.

En sproglig omskrivning af formlen kan give nye indsigter. I en avisfremstilling stod der sådan:

„Man kan beregne sit BMI ud ved at tage kvadraten af sin højde i meter – d.v.s. gange højden med sig selv – og dividere vægten i kilo med resultatet.”

Det er tankevækkende, at avisen mener, at denne forklaring er lettere at forstå end formlen. Journalisten har ikke haft megen tiltro til læsernes matematiske kundskaber.

En grafisk fremstilling kan give nye muligheder for i undervisningen at arbejde med den

samme sag på forskellig vis. Derigennem får flere elevkategorier mulighed for at få „nyttige kundskaber”.

„Den enkelte elev skal have mulighed for at udvikle egne metoder til antalsbestemmelse ved addition og subtraktion.” Sådan står der i læseplanen for begyndertrinnet. Dette understreger, at der i hele forløbet må arbejdes bedst på at tilgodese alle elevers evner.

For læreren kan det føles som en håbløs opgave i praksis at tage hensyn til alle elevers behov.

Hovedopgaven for læreren er først og fremmest at få skabt et undervisningsmiljø i klassen, hvor den enkelte elev føler sig medansvarlig for sin egen læring. Samtidig er det nødvendigt, at eleverne opnår forståelse for, at de indgår i et fællesskab, der tilbyder fordele, men som også kræver hensyntagen.

En sådan tilrettelæggelse af undervisningen, der bygger på elevernes medansvar, har desuden det sigte at opdrage eleverne til at leve i et demokratisk fællesskab. Det betyder, at også *måden at arbejde med de faglige delemler kommer til at indgå i en overordnet sammenhæng.*



Den grimme ælling

I eventyret om den grimme ælling siger alle ungerne, da de er kommet ud af æggene: „Hvor Verden dog er stor!” Hvortil andemoderen svarer: „*Tror I, det er hele Verden!* – Den strækker sig langt på den anden side af haven, lige ind i præstens mark; men der har jeg aldrig været.”

For lærerne drejer det sig om også at få vist ungerne mere end den nyttige del af matematikken. Historien om B og alle de andre matematiske bidrag til vores opfattelse af verden må fortælles. Måske burde vi i matematikundervisningen blive bedre til at fortælle eventyr.

Tænk blot på de muligheder, der ligger i at få eleverne til at undres over, hvordan vikingerne med primitive redskaber var i stand til på fantasifuld måde at frembringe de mest kunstfærdige gribedyr, der slynger sig ind i hin-



anden. Uden at have vore dages matematiske sprog til rådighed må de alligevel i deres tænkning have opsamlet en række erfaringer, som vi i dag ville betegne som matematiske. Der er selvfølgelig forskel på matematikken for tusind år siden og så i dag. I dag forsøger vi ved hjælp af matematik at beskrive biologiske processer fx inden for økologien. Og i arbejdet opstiller vi matematiske modeller, som naturligvis simuleres i en computer.

I vores fælles nordiske bestræbelser bør overordnet indgå, at eleverne får indsigt i matematikkens muligheder for at bidrage til forståelse af verden uden for andegården. Om det lykkes, kan der ikke opstilles en simpel test for. Men vi må fortsat mødes og drøfte, hvordan vi får givet matematikundervisningen vinger, så det lykkes.

