

Kvadraturen

Í greininni er varpað ljósi á verkefni sem nemendur unnu þegar þeir tóku þátt í Abels-keppninni fyrir 9. bekki í Noregi. Bærinn þeirra, Kristiansand, er skipulagður eftir hugmyndum listamanna á endurreisnartímanum. Þar eru 9×6 rétthyrningar sem nálgast það að mynda ferning (kvadrat). Miðbærinn er þess vegna kallaður Kvadraturen. Nupe er að finna opna garða og listaverk. Nemendurnir létu þetta verða tækifæri til þess að fá hugmyndir og rannsaka umhverfi sitt. Þeir rannsaka stærðfræðilegt samhengi. Stór myndvefnaður verður tilefni til að ræða við listamanninn. Síðan athuga þeir stærðir, form og vensl og finna þar m.a. gullinsnið.

Kvadraturen

KappAbel on norjalaisten yhdeksänsien luokkien (peruskoulun toiseksi ylin vuosiluokka) kilpailu, jossa projektityöllä on olennainen osuus. Tässä artikkelissa Torkildsen kertoo välähdyksiä Fiskön koulun 9B:n projektityöskentelystä. Kristiansandin asemakaava on järjestelmällinen ja suorakulmainen: Kvadraturen on Kristiansandin keskusta ja Nupenanlegget sisältyy puistona ja istutuksina osaksi asemakaavaa. Oppilaiden mielenkiinto herätetään ja he tutkivat asuinympäristöään. He selvittävät matemaattisia yhteyksiä. He pysähtyvät kuvateosten ääreen ja keskustelevat taiteilijoiden kanssa. He tutkivat suurennoksia, muotoja ja suhteita, mm. kultaista leikkausta.

Artikkelia voi lukea Torkildsenin dialogina oppilaiden tekstien kanssa ja samanaikaisesti hän puhuu artikkelin lukijoille pohtiessaan opettajan roolia oppilaiden projektityössä.



Logg: Elever i 9B, Fiskå skole
Refleksjoner: Svein H. Torkildsen

Kvadraturen

Etter at vi fikk melding om at vi hadde vunnet konkurransen KappAbel – Tall til tusen, var det tid for å starte arbeidet med matteprosjektet. Først hadde vi idémyldring i to timer. Vi tenkte og tenkte og skrev opp forslag på tavla. Det ble mange forslag, og det var vanskelig å bestemme seg for et emne å jobbe med.

Problemstillingen vi valgte var:

«Matematikk i lokale kunst-, kultur- eller håndverkstradisjoner.»

Utgangspunktet skulle ligge i matematikk i Nupenanlegget i sammenheng med matematikk i Kvadraturen.

Dette er innledningen på loggen fra det prosjektarbeidet klasse 9B ved Fiskå skole i Kristiansand arbeidet med som en del av KappAbel-konkurransen 2000. Klassen hadde vunnet fylkeskonkurransen for Vest-Agder fylke og skulle sammen med de andre 18 fylkesvinnerne delta i semifinalen i Trondheim. Hele klassen måtte arbeide med et prosjekt som skulle bli bedømt av en jury. Juryen kunne gi hvert prosjekt inntil 48 poeng. Fire elever representerte klassen i semifinalen, og disse elevene måtte arbeide med åtte oppgaver som også kunne gi 48 poeng i alt. De tre klassene som hadde flest poeng til sammen på prosjekt og oppgavedel møttes i finalen.

Hele klassen arbeidet åtte skoletimer med å få fram ideer til innhold og samle informasjon til prosjektet. Elevene var delt i grupper som hadde hver sitt ansvarsområde.

Noen av ideene kom de videre på, andre måtte skrinlegges. Enhver lærer med erfaring fra denne måten å arbeide på, vil kjenne seg igjen i klassens logg fra femte, sjette og sjuende time:

«Nupen-grupppa»:

Planla spørsmål til parksjef Bredland og ringte til ham. Avtalte et møte. Tre i gruppa reiste ned i den sjette og syvende timen. De andre hadde vanlig skole da. Parksjefen var veldig hjelpsom og gav tegninger, brosjyrer og viste en modell av Nupenanlegget som kunne lånes. Klassen kunne fikse så mye de ville på modellen, bare vi ikke ødela den. Gruppa fikk også avtalt å få noen bilder av fontenen og besøkte Fædrevlandsvennen og så i gamle aviser.

«Kvadraturen-gruppa»:

Leste om Kvadraturen og så på kart over Kvadraturen. Vi kunne ikke gjøre så mye før «Nupen-gruppa» fant sammenhengen mellom Nupenanlegget og Kvadraturen.

Det ble jul, og klassens matematikklærer gikk ut i permisjon. Klassestyreren – som er filolog – hadde etter jul ansvar for å støtte de fire elevene som skulle arbeide videre med prosjektet. Det som presenteres her er altså et selvstendig arbeid fra elevenes side. De har lyttet, lest og undersøkt uten støtte og inspirasjon fra en lærer med matematikkfaglig bakgrunn. Det er del av norsk skolehverdag å måtte ty til slike løsninger.

De fire elevene arbeidet ni hele skoledager med prosjektet. Da hadde de produsert både en utstilling og et hefte som inneholdt dokumentasjon av arbeidsprosessen (logg) og hva de fant ut om problemstillingen (konklusjon). Konklusjonen innledes med en kort presentasjon av byen.

Kristiansand ble grunnlagt av danskekongen Christian Quart (Christian IV). I 1641 bestemte han seg for å bygge en storby på Sørlandskysten og så seg ut Sanden der Kristiansand nå ligger. Han fikk tegnet en byplan som la grunnlaget for hvordan byen senere ble seende ut. Han gav den form ut fra renessansens byplanmodeller. Byplanleggerne i renessansen hentet sine ideer og forbilder i antikkens kolonibyer og romernes garnisonsbyer.

Kristiansands gamle byplan er et kulturminne, der ser vi den geometriske formen kvadrat. Ser du Kvadraturen ovenfra, ser du tydelig at byen er planlagt med rette gater som til sammen danner et kvadrat. Christian IV grunnla også flere byer der sentrum har form som et kvadrat. Det virker som om han likte denne formen.

Fra gatekryssene i Kristiansand har vi utsikt i fire retninger fordi det er rettløpete gater og bebyggelse samlet i rektangulære kvartaler. Kvadraturen er spesiell ikke bare på grunn av formen, men husrekkene og gateperspektivet i forhold til byens omgivelser; åskanten, sjøen og elva er også spesielt.

Kristiansand har i hovedsak klart å bevare byplanen sin og regnes i dag for å være blant de best bevarte renessansebyer i Europa. I Kvadraturen er det totalt 54 kvartaler. Vi har regnet ut at Kvadraturen da består av 1/3 vei eller gater.

Alle tenker at Kvadraturen i Kristiansand er et kvadrat – det ligger jo i navnet. Christian IV planla byen med

$6 \times 9 = 54$ kvartaler etter renessansens ideer om byplanlegging. Alt ble planlagt ut fra moduler på 24 alen:

- Gatebredden skulle være én modul.
- Hvert kvartal skulle være fire moduler bredt og åtte moduler langt.

Blir det et kvadrat av dette?

To kjente lokale kunstnere har hatt Kvadraturen som utgangspunkt for sine arbeider. Elevene startet sitt prosjektarbeid med å se på disse kunstverkene. Den ene kunstneren – Kjell Nupen – har fått navnet sitt knyttet til et parkanlegg skulpturene hans er plassert i. På folkemunne kalles det Nupenanlegget.

Nupenanlegget i sammenheng med Kvadraturen

Nupenanlegget ble bygget i 1991 i forbindelse med Kristiansand bys 350-års jubileum. Selve Otterdalsparken der Nupenanlegget står, ble innviet av kongefamilien den 27. juni 1991. Nupenanlegget er det største skulpturanlegget i Norge etter Vigelandsparken.

I det første bassenget, det ytterste, står fire søyler som er fire meter høye. De symboliserer kong Christian IV sitt skip da han kom til Sanden der Kristiansand nå ligger. I dette bassenget er det også skrogformete søylefragmenter som symboliserer rester etter Christian IVs skip. Alle søylene peker mot sjøen og Danmark – slik markeres de nære båndene mellom Danmark (Christian IVs hjemland) og byen Kristiansand.



I hovedbassenget, det midtre bassenget, står hovedskulpturen som forestiller Kvadraturen. Den har form som et kvadrat. Definisjonen på den geometriske formen kvadrat, er at lengde og bredde er like lange og alle vinkler er 90 grader. Hovedskulpturen som har fått navnet 'byporten', er også en fontene. Den er et kvadrat på høykant som måler 5,5×5,5 meter. Skulpturen symboliserer kongens byplanløsning – det kvadratiske sentrum i Kristiansand. Det går an å bade i fontenen og det omkringliggende bassenget om sommeren. Fontenen skulle opprinnelig vært isskulptur hver vinter, men fontenen har bare vært isskulptur én vinter da kostnadene ved helårsdrift ble for store.

Det tredje og siste bassenget har en ca. 3,5 meter høy søyle som er symbolet på den etablerte og solide by Kristiansand nå er.

Det er brukt ganske mye matematikk i parken, bassengene og fontenen. Kjell Nupen som er utdannet maler fra kunstakademiet i Oslo, sier han brukte formen kvadrat fordi Kvadraturen er kvadratisk. I tillegg er sirkelen viktig da den symboliserer rundgangen og det uendelige. Et prinsipp som også brukes av parkvesenet i deres lukkede vannsystem.

Totalt areal av Otterdalsparken er 9 000 m² og arealet av vannbassengene i fontenen er 521 m². I bassenget og murene gikk det med 300 m³ betong, 26 tonn armeringsjern, 80 tonn granitt til skulpturer og ca. 2 100 m² belegningsstein.

Når fontenen er i bruk, går det 100 liter vann i sekundet gjennom hovedskulpturen i fontenen. Vi har regnet ut at det vil si at det renner 360 000 liter vann gjennom hovedskulpturen i timen. I hele anlegget renner det totalt 750 000 liter vann i timen – det vil si 18 millioner liter vann i døgnet.

Dette avsnittet i konklusjonen bærer preg av at elevene har vurdert former og størrelser, funnet fram til relevante data og utført beregninger som viser hvilke dimensjoner det er over anlegget. Rapporten inneholder ikke informasjon som gjør det mulig å kontrollere dataene som er benyttet eller alle de beregningene som elevene åpenbart har fore-

tatt. Elevene fletter resultatet av beregningene sine inn i denne matematiske beskrivelsen av anlegget.

Kvadratet og sirkelen er fremtredende i Nupenanlegget, og elevene bruker litt plass på forklare hvordan disse to geometriske formene i noen sammenhenger brukes som symboler.

Kvadratet blir oppfattet som et jordisk symbol. De fire hjørnene viser til verdens oppdeling i verdenshjørner og til vinder, årstider, livsfaser osv. Det er retningen nord, sør, øst og vest, vind fra nord, sør, øst og vest. Det er vår, sommer, høst og vinter, og du er barn, ungdom, voksen og gammel. Alt dette blir oppfattet som en skremmende inndeling. I håndskriftene sitter evangelistene ofte inne i et kvadrat som er avbildet med et tårn i hvert hjørne. Et annet eksempel er at Madonna sitter i en firkantet rosehage, dette symboliserer hennes jomfruelighet.

Sirkelen derimot blir oppfattet som et symbol på evigheten, den er uten ende og begynnelse, og vender tilbake til det samme stedet. Dette blir sammenliknet med årets kretsløp, livshjulet osv. Sirkelen er i kristen kunst et symbol på hellighet og guddommelighet. Sirkelen er en glorie rundt hellige personers hode, og rundt paradiset er det en rund mur.

Sirkelen er et himmelens symbol, mens kvadratet er et jordisk symbol. I Nupenparken finner vi begge disse geometriske formene forenet.

Else Marie Jakobsens billedtepper

Else Marie Jakobsen ble født i 1927 i Kristiansand. Hun gikk på Olaf Hasaas og Karsten Jakobsens malerskole i Kristiansand i tidsrommet 1941–1946. Fra 1946 til 1950 gikk hun på Statens Kunst- og Håndverksskole, og hadde deretter praksis ved et gobelinverksted i Holland. Hennes store forbilde er veverken Hannah Ryggen.

Else Marie Jakobsen har vevd mange tepper. Det største er 90 m² og henger på Universitetet i Bergen. Hun har hatt utstillinger i Tyskland, Frankrike og Norge. Hun har også vært jury-

medlem for Sørlandsutstillingen. Hun er i dag en anerkjent kunstner, og selv om hun har passert pensjonsalderen, vever hun fremdeles.

Vi valgte å intervjuer henne fordi vi visste at hun hadde vevd fire tepper med Kvadraturen som motiv. De henger i Byhallen (infosenteret for kommunen), i Tinghuset og i Rådhuset. Vi konsentrerer oss om to de to som henger i Byhallen og Rådhuset. Vi ville gjerne finne ut hvorfor hun valgte Kvadraturen som motiv og hvordan hun gjorde bruk av matematikk i sitt arbeid.

Kunstneren forteller at det første av de to kvadraturbildene ble vevd da hun vendte tilbake til byen etter studier i Oslo på sekstitallet. På den tiden måtte mye av den gamle bebyggelsen i Kristiansand vike for store og moderne bygninger. Else Marie så at noe var i ferd med å gå tapt. Bildet med Kvadraturen som motiv skulle være en påminning om at byen ikke ble godt nok bevart. Hun satt selv i bystyret på den tiden, og hun troppet opp på rådhuset med teppet sitt og forærte det til byen som en gave. Det andre kvadraturbildet ble laget på bestilling fra fylket. Det var en gave fra Vest-Agder fylke til byens 350-årsjubileum i 1991.

I samtalene med Else-Marie Jakobsen fikk elevene vite at det gylne snitt ofte brukes i kunsten. Det gir teppene nødvendig ro og balanse. Dette ledet elevene inn på leiting etter informasjon om dette prinsippet, og rapporten deres inneholder to avsnitt om det de fant ut.

Det gylne snitt

Kunstnere bruker det gylne snitt i blant annet tepper og malerier. Om det gylne snitt, eller «Divina Proporzio» som betyr den guddommelige proporsjon, fortelles det at en filosof som het Eudoxos en gang for lenge siden gikk rundt og gjorde en meningsmåling. Han bad de menneskene han møtte om å sette et merke på stokken hans på det stedet der de mente stokken ville bli finest delt. De fleste satte merket på

samme sted. Eudoxos gikk hjem og målte opp resultatet, og slik fant han det gylne snitt.

Det gylne snitt deler stokken slik at forholdet mellom det minste stykket av stokken og det største stykket er lik forholdet mellom det største stykket og hele stokken.

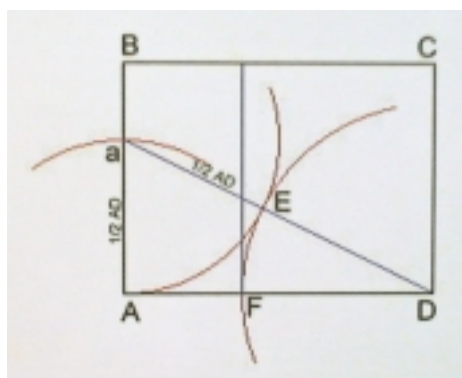
Det er ganske fascinerende å tenke på hvor mye som er delt i det gylne snitt, ikke bare tepper og malerier, men det er også et gyllent snitt når oppleseren på Dagsrevyen sitter stille. Da går den gylne snitts linje ned langs neseryggen og langs hans eventuelle slips. Det vil si at han sitter i den gylne snitts linje i forhold til TV-skjermen.

Kunstnerne plasserer hovedmotivet forskjøvet til venstre eller høyre, opp eller ned i forhold til kunstverkets egentlige sentrum. En slik forskyvning av hovedmotivet gir større balanse og skaper en bedre harmoni i hele kunstverket. Ved å la viktige elementer i kunstverket følge linjene i det gylne snitt – både vertikalt og horisontalt – skapes det en ro, harmoni og bevegelse i bildet. For eksempel forsterker de horisontale linjene roen, mens de vertikale gir kunstverket mer bevegelse (dynamikk).

Hvordan dele en linje i forholdet det gylne snitt?

Det var viktig å få løst problemstillingen, da det ville gjøre det mulig for oss å undersøke hvordan Else Marie Jakobsen hadde benyttet prinsippet i teppene av Kvadraturen. Vi forsøkte å finne ut mer om dette, og fant da ut at det er tre ulike måter å dele en linje i nøyaktig det gylne snitt. En av metodene er vist på tegningen under. Den er konstruert slik:

1. Satte av linjestykket AD .
2. I A laget vi en normal. På denne normalen merket vi oppover fra A halvdelen av AD , og kalte punktet a .
3. Vi trakk en linje fra a til D .
4. Langs linjen fra a satte vi av lengden Aa . Og kom da til punktet E .
5. Vi merket av punktet F på linjestykket AD slik at FD ble like lang som ED .



Punktet F deler da linjestykket AD i nøyaktig det gyldne snitt. Forholdet mellom AF og FD er da lik forholdet mellom FD og AD . Helt nøyaktig er forholdet mellom FD og AF lik $(\sqrt{5} + 1)/2 = 1,62$. (Utrekningen som trengs for

å vise dette ble for komplisert for oss.)

Det er en ærlig sak å si at noe blir for komplisert. Elevene ville sannsynligvis brukt urimelig lang tid på å finne ut av forholdet mellom FD og AF på egen hånd. Men hadde elevene hatt støtte av en lærer med matematikkfaglig bakgrunn, ville de kanskje fått tips om å kalle lengden av Aa for a . Lengden av AD ville da være $2a$. Ved hjelp av Pytagoras' setning kunne så disse dyktige elevene sikkert funnet at linjestykket da er $\sqrt{5}a$ mens

$$ED = DF = \sqrt{5}a - a = (\sqrt{5} - 1)a.$$

Forholdet mellom AD og FD blir nå en overkommelig utfordring, og elevene ville vært i mål. Forholdet mellom FD og AF som elevene nevner, gir nok litt vanskeligere uttrykk å arbeide med. Men også det forholdet ville vært innenfor rekkevidde. Skal vi ta dette som en bekreftelse på at elevene trenger lærere med god matematikkfaglig innsikt for å få nødvendig støtte når de møter utfordringer de ønsker å ta tak i?

Else-Marie Jakobsens tepper og det gyldne snitt

Vi målte lengden og bredden på teppene, og fant forholdet mellom dem:

- Det første teppet over henger i Byhallen, der ble forholdet 1,07, altså ikke 1,62.
- Det andre teppet under henger i Tinghuset, der ble forholdet 1,26, altså ikke 1,62.

Dette viste oss at formen på de to teppene ikke eksakt har form som et gyldent rektangel.

For å vise det gyldne snitt i motivet, tegnet vi inn «gyldne» linjer i teppene for å se om det lå noen viktige motiver der linjene gikk.

For å tegne linjene korrekt, tok vi utgangspunkt i tallet 1,62. Vi delte lengdene på 2,62 ($1,62 + 1$) for å finne hvor langt fra hjørnene vi skulle trekke linjene.



Teppene tar utgangspunkt i Kvadraturen, og det i seg selv er et motiv der kunstneren har få friheter til å legge inn elementer i teppet selv. Det mest umiddelbare er plasseringen av Kvadraturen som motiv. På det første skapes det ro i bildet ved at Kvadraturens kvartaler i stor grad følger det gyldne snitt horisontalt og vertikalt. I tillegg er det her lagt inn en del farger som skaper liv til bildet.

For det neste bildet var utgangspunktet et kart. Et relativt «dødt» motiv. Ved å skråstille Kvadraturen gir hun bildet mer liv og skaper også en viss bevegelse.



Elevene har gjort en nyttig erfaring. De anvender sin nyvunne kunnskap på to bilder. Konklusjonen blir vel nærmest at det gylne snitt ikke er et av prinsippene kunstneren har anvendt i disse to arbeidene – selv om elevene synes å se noe i det ene teppet. Ofte blir elevene undervist om en sammenheng, og i oppgavene som de får etterpå, finner de det de er på jakt etter. Hensikten er da nettopp å la dem få øve seg i det de er undervist i. Men nå griper elevene fatt i to kunstverk som ikke blir presentert for dem fordi bildene er gode eksempler på anvendelse av det gylne snitt. Det er ikke selvsagt at elevene vil finne det de leter etter. Dette er også en side ved «den vitenskapelige arbeidsmåte» som læreplanen forutsetter at elevene skal benytte i enkelte sammenhenger.

Det gylne rektangel

Mens det gylne snitt kan være en strek som forholder seg til det øvrige materialet, forholder et gyllent rektangel seg som en større sammenhengende enhet. Tegningen viser noe som nærmer seg et gyllent rektangel. Forholdet mellom 3 og 5 er lik forholdet mellom 5 og 8. Og forholdet mellom 8 og 13 er lik forholdet mellom 13 og 21 osv.

I et gyllent rektangel er forholdet mellom lengden og bredden lik forholdet mellom lengden + bredden og lengden. Du kan lage et gyllent rektangel ved å først tegne et kvadrat med sider på 1 cm, etter det tegner du et kvadrat som har dobbelt så store sider som det første, altså som har 2 cm lange sider. Deretter tegner du et kvadrat med sider på 1 cm + 2 cm, altså siden i det ene kvadratet + siden i det andre kvadratet. Neste kvadrat blir da 2 cm + 3 cm, altså et kvadrat med 5 cm lange sider. Og sånn fortsetter du med 8 cm lange sider og neste gang 13 cm lange sider osv. Det blir mer og mer et gyllent rektangel for hvor mange ganger du legger til kvadrater.

Disse tallene, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 osv., kalles Fibonaccitallene. Disse finner vi igjen i måten sneglehuset vokser på og kronblad og i forgreininger på slyngplanter og trær.

Elevene har bukt oppslagsverk kommet over sammenhengen mellom Fibonaccitallene og «den guddommelige brøk» som Børge Rasmussen skriver så inspirerende om i «Tårnsneglens hemmelighet & Det guddommelige rektangel», utgitt på Forlaget Matematik. Tenk om de også hadde fått denne boken i hende? Elevene viser hvordan vi med utgangspunkt i et kvadrat kan nærme oss et gyllent (guddommelig) rektangel ved å sette til stadig flere kvadrater. Men her har elevene et stygt feilskjær – som vi skøyteglade nordmenn sier. De skriver at forholdet mellom 3 og 5 er lik forholdet mellom 5 og 8 osv. Elevene burde blitt oppfordret til å beregne forholdene og sette dem opp i en tabell. Da hadde nok den setningen blitt erstattet med en annen. For øvrig en fin oppgave for regneark!

Jeg hadde ved en anledning fornøyelsen av å høre disse elevene fortelle om arbeidet sitt. Jeg viste dem da hvordan de kunne konstruere et gyllent rektangel ut fra et kvadrat. Elevene kikket på hverandre, og det var ikke vanskelig å se på dem at dette var noe de gjerne hadde undersøkt nærmere. Disse elevene kjenner all den matematikken som

trengs for å gjøre en eksakt beregning av forholdet mellom lengde og bredde i et gyllent rektangel. Med denne enkle beregningen knyttet til konstruksjonen ville elevene vært nærmere den forbindelsen mellom et gyllent snitt og et gyllent rektangel som de innleder avsnittet «Det gygne rektangel» med.



Minibyggerne

Else Marie Jacobsen var opptatt av å få til en bevaring av Kvadraturens arkitektur. Det viste seg at en gruppe pensjonister (minibyggerne) var opptatt av det samme, men med helt andre virkemidler.

Minibyggerne er noen pensjonister som siden 1990 har arbeidet med å bygge opp Kvadraturen i miniatyr. De har til nå laget omkring 30 hus, alle fra omkring 1900-tallet. De lager de aller fleste materialene til byggingen selv.

Utgangspunktet for byggingen av modellhusene er vanligvis arkitekttegningene. Den vanlige målstokken for arkitekttegninger er 1:50. Dersom det ikke finnes tegninger av husene, kan de bruke fotografier og plantegning av tomten. Målestokken der viser lengde og bredde på huset. Dersom huset ikke er forsvunnet, kan de også måle det opp slik det står. En viktig grunn til at minibyggerne begynte arbeidet sitt var at det forelå planer om å rive en del kvartaler.

Minibyggerne har valgt å bygge modellhusene i målestokk 1:10. Husene blir da ikke for små, og de kan plasseres slik at gatene blir greie å gå i når byen blir gjenoppbygget i miniatyr.

Da vi besøkte minibyggerne, fikk vi selv måle opp et vanlig hus for å se om det stemte med modellen av huset. Vi målte lengden og bredden av huset, lengden og bredden av døren og av ett av vinduene. Etterpå målte vi de tilsvarende størrelsene på modellhuset. Vi delte målene på det vanlige huset med 10, og fikk da målene på modellhuset. Det viste oss at minibyggerne hele tiden bygger i forholdet 1:10. Til og med taksteinene, mursteinene, vinduene, trappene og pipene er bygd i dette forholdet, sa Leif J. Bentsen, mannen som viste oss rundt. Hans barndomshjem var det første huset de bygde opp i dette forholdet.

Til slutt gav Bentsen oss en oppgave:

Vi visste lengde og bredde av et hus fordi vi selv hadde målt det. Vi skulle så finne ut hvor stor lengde og bredde på et modellhus måtte være dersom det skulle bygges i forholdet 1:20. Vi gjorde slik:

Vanlig hus:

Lengde: 19,2 m = 1920 cm

Bredde: 8,8 m = 880 cm

Modellhus:

Lengde: $1920 \text{ cm} : 20 = 96 \text{ cm}$

Bredde: $880 \text{ cm} : 20 = 44 \text{ cm}$

Huset måtte altså ha lengde 96 cm og bredde 44 cm. På denne måten fikk minibyggerne vist oss hvordan de går fram, bare at de deler alle tall på 10. Siden både lengde, bredde og høyde er i forholdet 1:10, blir forholdet mellom *volumet* av et vanlig hus og *volumet* av et modellhus 1:1000.

Det elevene ikke visste, var at den samme Leif J. Bentsen er pensjonert skolemann. Han avsluttet sin tjeneste i skolen som skoleinspektør i Kristiansand kommune, og han har nå vært pensjonist i mange år. Det er mange år siden han arbeidet med elever. Jeg måtte humre litt for meg selv da jeg leste elevenes beretning. Trangen til å utfordre ungdommen sitter visst så dypt i oss at den

ikke taper seg helt – selv etter så lang tid uten direkte kontakt med elever.

Refleksjoner

Kvaliteten på de innleverte prosjektene til semifinalen i Kapp-Abel 2000 varierte sterkt. Juryen kunne gi hvert prosjekt inntil 48 poeng, og prosjektet om Kvadraturen kom på femteplass. Når jeg har valgt å omtale dette prosjektet, er det fordi den prosessen elevene har beskrevet og det produktet de har levert, gir grunn til refleksjoner som kan ha en viss interesse for oss som arbeider for å sikre kvalitet i matematikkundervisningen. Kanskje flere enn jeg ønsker å bruke dette elevarbeidet som eksempel i diskusjoner om nødvendigheten av lærerkvalifikasjoner – ikke bare på det pedagogiske felt, men også det faglige.

Det er åpenbart at elevene har fått støtte i arbeidet av dyktige og dristige pedagoger som har våget å «slippe elevene løs». Først har en matematikklærer latt hele klassen bruke åtte timer på forberedende arbeid der ideene har myldret. Noen av ideene har klassen kommet videre på, andre har det ikke blitt noe av. Deretter har klassestyrelsen fristilt fire elever for å arbeide med prosjektet på heltid. De har fått ni hele dager til disposisjon for å forfølge ideer, søke etter relevant stoff, studere det og presentere resultatene av arbeidet både gjennom en utstilling og et hefte. Heftet inneholder en logg som viser hvordan arbeidet med problemstillingen har utviklet seg og en artikkel som viser hva elevene har funnet ut. I loggen kan vi dessuten lese: «8.–9. januar – helg: Skrev det håndskrevne på data». Dette arbeidet kommer i tillegg til de ni dagene på skolen. Utstillingen og heftet bærer preg av at elevene har vært engasjerte i problemstillingen de valgte, og de har arbeidet målbevisst for å finne svar på spørsmålene sine. Inntrykket bekreftes av klassestyrelsen som elevene forholdt seg til under arbeidet. Han har uten tvil vært en god støtte for dem i arbeidsprosessen.

Haken ved det hele er bare at denne klassestyrelsen er filolog, og han har ikke hatt forutsetninger for å støtte elevene i deres jakt på matematikkfaglig innsikt i temaet de har valgt. Jeg er imponert av lærere som holder elever i gang med et arbeid som dette over så lang tid, og av elever som finner ut så mye helt på egen hånd. Jeg synes imidlertid det er noe uforløst i arbeidet deres når jeg ser det fra en matematikkfaglig synsvinkel. Derfor har jeg antydnet mulige utfordringer elevene kunne fått på et par stadier i prosessen. Flere kunne vært nevnt. Erfaring fra egen praksis har overbevist meg om at slike utfordringer ville brakt elevene enda et stykke videre. Alle elever har behov for faglig støtte i jakten på faglig innsikt. Og den støtten fortjener de å få! Da må elevene ha støtte av lærere som forstår hva elevene arbeider med og er på jakt etter, og som også har så god faglig innsikt og oversikt at de kan støtte og inspirere elevene og gi dem relevant hjelp. Læreren er fortsatt en sentral ressurs for elevene i deres læreprosess – kanskje enda mer i disse internett-tider enn noen gang!

Vi har god litteratur som gir eksempler på hvordan læreren kan bygge stillaser om barns læring – blant annet av Nora Lindén i *Stillaser om barns læring* på Caspar forlag. De fleste eksemplene i denne type litteratur er knyttet til arbeid med yngre elever. Jeg synes prosjektet om Kvadraturen viser at de samme ideene er gyldige for arbeid med elever i ungdomsskolen. Det forutsetter faglig kyndige lærere som er villige til å lytte til elevenes egne tanker, ideer og interesser – og som også våger å la elevene ta initiativ og lar dem «slippe løs» en gang i blant. Da kan stillasbyggeren komme på banen og følge opp elevene i arbeidet med egne problemstillinger, gi råd, vink og utfordringer som kan inspirere dem til å strekke seg etter ny innsikt og utvide grensene for hva de er i stand til å utføre på egen hånd.

Det er en krevende oppgave for læreren å stimulere elever til å bevege seg inn i «sonen for den nærmeste utvikling» og å veilede dem –

både enkeltvis og i samarbeid med medelever – på slike måter at det er elevenes eget mål for arbeidet som fastholdes i virksomheten. Det store flertall av nordiske lærere som underviser ungdom i matematikk, er nok ikke kommet lengre i denne utviklingen enn at vi fortsatt har behov for å støtte og inspirere hverandre. Våre nordiske matematikk-tidsskrift bør fortsatt benyttes til å få gode eksempler fram i lyset. Det vil gi oss lærere en mer interessant og givende hverdag, og elevene en bredere kompetanse. Kanskje enda noen flere elever vil utvikle en positiv innstilling til matematikken. Jeg tror det vil gi alle elever en bedre skolehverdag.