

### **Þróunarferli – kennara og nemenda**

*Stærðfræðikennsla er að breytast vegna samfélagsbreytinga og vegna þess að gerðar eru nýjar kröfur. Hlutverk kennarans í þessu ferli er bæði mikilvægt og krefjandi. En það er einnig gefandi. Náð samspil er milli eigin þróunar kennarans, m.a. við að ihuga það sem gerist í bekknum, og afraksturs nemendanna af ögrandi verkefnum. Það að nota þrautir og lausnir þrauta, ásamt því að skapa umhverfi fyrir dýpri umræður nemenda, opnar oft vannýtt tækifæri til samfellu í umhugsun þeirra og ihugum við uppbyggingu eigin þekkingar.*

### **Opettaja ja oppilaat kehitysprosessissa**

*Koulun matematiikan opetus on muuttumassa yhteiskunnan muutoksien ja uusien vaatimusten takia. Tässä prosessissa opettajalla tärkeä ja vaativa mutta myös antoisa rooli. Opettajan oma kehitys on läheisessä yhteydessä siihen, miten hän osaa reflektoida omaa työtään sekä hyödyntää oppilaiden kanssa haastavia ongelmanratkaisutehtäviä. Ongelmanratkaisun käyttö sekä syventävät keskustelut ja suotuisat oppimisympäristöt avaavat monia mahdollisuuksia yksilön jatkuvalla tiedonrakentamiselle.*



Jarprúður Ólafsdóttir

# En udviklingsprocess - lærere og elever

Udviklingsarbejde i skolen og nye initiativ hænger tit sammen med lærernes efteruddannelse eller videreuddannelse. Jeg vil begynde med at fortælle lidt om kurser eller projekt som markant har influeret mit arbejde som matematiklærer og givet bidrag til mine tanker og syn på en værdifuld matematikundervisning.

Udviklingen strækker sig over snart mange år og jeg giver kun korte og personlige minder men for mig som lærer har de spillet en stor rolle. På et kursus i Island sommeren 1987 med John Mason fra Open University i England som gæsteforelæser, blev jeg imponeret da han fortalte om værdien af problemløsning for elever. Og gennem kursusedtagernes egen problemløsning, ud fra mange interessante problemer, lykkedes det ham at udfordre os til at tænke alvorligt på hvor værdifuldt det er at arbejde med problemløsning i undervisningen.

To år senere var det Viggo Hartz fra Danmark som under et kursus i Island gav deltagerne engagerende tankeudfordringer med konkret matematik og anvendelse af spil i undervisningen. Han var idérig og smittede af interesse for det vi arbejdede med, som let kunne ses.

Lidt senere deltog jeg i et udviklingsprojekt som Anna Kristjánsdóttir styrede, hvor jeg brugte enkle matematikprogrammer sammen med mine elever og også lommeregnerne som

udforskende redskaber. Denne erfaring tændte i mig lysten til at ændre min matematikundervisning og vi begyndte med omhu at vælge hvordan vi ville bruge datamaskiner og lommeregnerne i matematikundervisningen. Skolen ejede 10 datamaskiner og det var rigeligt for os. Under dette arbejde så jeg hvor vigtigt det er at dokumentering, eller bare det at skrive noget ned, har mening for elevernes arbejde. Det var besværligt at få dem til at skrive ned i sammenhæng med de små programmer fordi det satte ned farten på deres tænkning mens de arbejdede ved datamaskinerne. Men det gælder noget helt andet hvis problemer præsenteres mundtlig eller på papir. I de tilfælde er det en vigtigt hjælp i løsningsprocessen at skrive ned.

Lidt senere flyttede jeg til en anden skole et andet sted i landet hvor der fandtes meget lidt materiale til matematikundervisning og ingen datamaskiner. Under årene har jeg undervist på alle de ti klassetrin i skolen. Enkelte problemer har jeg altid brugt både for afveksling og fordi jeg selv syntes de var interessante. Jeg har også brugt problemer i begynderfasen når nyt indhold var på vej. Men jeg blev helt fanget da jeg på webben fandt et sted hvor et nyt problem blev præsenteret i hver uge for tre forskellige aldersgrupper (<http://www.eduplace.com/math/brain/34-203.html>) og begyndte at oversætte dem og give til mine elever.

Vinteren 1998–1999 deltog jeg så i et kursus som Anna Kristjánsdóttir kørte udelukkende på nettet for matematiklærere i 4.–10. klasse under navnet Hjernebrydning og kreativitet (<http://www.ismennt.is/vefir/heilabrot>). Dette kursus var innovativt på mange måder og åbnede mulighed for at prøve sig mere målbevidst frem med prolemløsning som arbejdsmåde i matematikundervisningen og diskutere fagligt med kollegaer over hele landet og på forskellige alderstrin. Eleverne var også deltagere i kursus og deres interesse derfor større. Forældrene, som kunne hvis de ville følge med på den åbne hjemmeside, viste også stor interesse.

Det gik ikke lige nemt hos alle lærerne på kursus at anvende problemerne med sine elever men efter hvert begyndte det at gå bedre, man fandt sig i arbejdet og nye idéer kom frem om hvordan man kunne præsentere problemerne og arbejde med dem.

Det er kendt ud fra forskning at tænkning hos unge børn er mere konkret end hos de ældre. Men i min undervisning har jeg set at at eleverne på ungdomstrinnet tit bruger de samme metoder i sin løsning af et problem som de 9–10 årige børn. De tegner, bruger småting og søger løsning på samme måde som de yngre. Naturligvis er det afhængigt af problemernes natur hvor langt de yngste elever kan komme. De finder f.eks. ikke frem til formelle formuleringer på algebra, hvilket mange på ungdomstrinnet gør. Problemløsning er ikke afhængig alder. Det er individuelt hvordan de løser problemerne og hvor langt de kommer i deres tanker angående problemløsning som aktivitet. Jeg kan forestille mig at hvis børn får lov til at arbejde målbevidst på den måde kunne de komme endnu længere på ungdomstrinnet end nu og anvende andre metoder end de konkrete. De elever jeg underviste på ungdomstrinnet var ikke vant til problemløsning som generel arbejdsmåde. De kendte kun til enkelte problem de havde fået som afveksling fra arbejde i lærebøgerne en gang i mellem, men sjældent.

Når man begynder at give eleverne problemer som skal løses, er det klogt at begynde med noget let så deres selvtillid bliver forøget og senere kan problemerne så blive sværere. Dette synes jeg gælder for alle alderstrin. Det er ikke mindre vigtigt for de ældre elever at bemærke at de magter problemerne end de yngre, derefter er de mere parate til at gå i gang med mere besværlige typer af problemer. Jeg kan klart se at børnene i 4.–5. klasse klarer problemerne betydelig bedre end da vi begyndte. Under lærerkurset på nettet prøvede jeg at give eleverne i 9.–10. klasse problemer lignende til dem de yngste fik og lagde mærke til den tid det tog for eleverne at løse problemerne. I mange tilfælde brugte eleverne de samme eller lignende metoder men de ældste elever løste problemerne meget hurtigere. Min erfaring viser mig at alderen siger ikke alt om evnen til at tænke matematisk.

Lad os se på en undervisningssituation hvor eleverne er optaget af at løse problemer. Der er 16 elever som er 9–10 årige og undervises i en gruppe. I begyndelsen deles de i grupper med 3–4 elever i hver. Problemet præsenteres for alle sammen og de får det også på papir. Dagens problem drejer sig om hvor mange gange medlemmerne i en gruppe skal give en anden hånden så at alle muligheder er dækket. Børnene går umiddelbart i gang. „Den er uløselig“, kan man høre fra et af bordene. „Nej, den kan godt løses“, siger en anden. Og så er arbejdet i fuld sving. De har papir på bordet og kan hente en lommeregner hvis de vil og småting som også kan hjælpe. De kan bruge hvad som helst af det som findes i klasseværelset. Nu begynder de at prøve at række hinanden hånden og tegne menneskehoveder på papiret i nogle af grupperne. Andre sidder og spekulerer stadigvæk og jeg stopper ved et af bordene og spørger om hvor mange gange det ville blive for dem, som er tre. De prøver. „... ja, jeg forstår ...“ „Og hvis I er kun to?“, spørger jeg. Det er nemt og jeg forlader bordet igen. De er kom-

met igang. Børnene ved at fra mig får de ingen løsninger, kun tips. I begyndelsen syntes de at det var ubehageligt en nu finder de sig godt i det. Problemet de fik var tredelt. De skulle finde antallet håndsregninger for 4 personer, for 5 personer og for et hvilket som helst antal personer. I denne time klarer alle grupperne at finde, med tegninger og ved at tælle, hvor mange håndsregninger bliver hvis personerne er 4 eller 5 og nogle klarer at finde antallet for endnu større grupper. Men den generelle repræsentation er de ikke kommet til i klassen. Den finder vi sikkert senere. Arbejdet med problemet afsluttes ved at grupperne præsenterer mundtlig og viser resultatet af arbejdet på tavlen. Løsningerne ligner denne gang hinanden men tit er løsningsmetoderne vidt forskellig fra en gruppe til en anden, selv om de kommer til det samme resultat.

Hvornår kan en opgave anses for at være problem? Jeg har tænkt meget over det og er kommet til det resultat at et problem for een elev kan enten være for let eller svært for at være et problem for en anden elev. Man må kende de individuelle elever godt for at kunne evaluere tænkbare problemer. Der var flere ting jeg tænkte over angående problemer og problemløsning. Hvilken slags arbejdsmåde egner sig for den slags? Jeg har prøvet mange, givet problemer til enkelte elever, forskellige størrelser af grupper eller for hele klassen samtidig. Eftersom problemerne er ikke alle lige komplicerede må man tage stilling til hvert enkelt, hvordan det kan bedst opstå i børnenes arbejde. Nu finder jeg det mest spændende at give problemerne til små grupper og få dem til at præsentere for de andre deres løsning. Men jeg bruger også andre veje. De som skriver om problemløsning anser det vigtigt at se tilbage efter at problemet er løst og at den tid som bruges på refleksion og diskussion om proble-

met og løsningerne er vigtigere end alle andre skridt man tager i at lære børn at løse problemer.

Jeg har også tænkt meget over værdien af samtale og diskussionen generelt i matematikundervisningen, ikke mindst i problemløsning. Hvordan stimulerer en lærer til en diskussion? Hvordan diskuterer eleverne og hvordan gør læreren nytte af denne diskussion så at eleverne udvikles i at tale om og lytte til matematik? Mon ikke børnene må have et bestemt ordforråd for at kunne resonnerer og argumentere for sine løsninger? Hvilken rolle er lærerens i denne sammenhæng? Ved at tale om matematik gives eleverne anledning til at få et dybere indblik i egne tanker og forståelse. Deres argumentation kan være forskellig men bliver mere matematisk i takt med en bedre og dybere forståelse. Kommunikation i matematikundervisningen anses af mange blandt det vigtigste i undervisningen da det skaber en øget forståelse af faget. Det kan godt være svært at se på sig selv som lærer i denne sammenhæng men det hjælper meget at læse noget af det som findes skrevet om dette i bøger og tidsskrifter. I artikler og kapitler kan man også finde idéer til mundtlig formulering som kan passe godt når man prøver at få eleverne til at tale om det de tænker.

Evaluering i undervisningen er altid vigtig. Hvordan kan man evaluere elevernes løsninger? Hvad kan man evaluere? Er det elevens tænkning, arbejdsmetode, gruppens arbejde, samarbejde eller noget andet? Jeg har ikke fundet en generel løsning på det men forsøger mig fortsat frem. Det er utrolig givende at følge med i elevernes diskussion når de løser problemerne, især hvis problemet virkelig fanger deres interesse.