Tangenten: tidsskrift for matematikkundervisning

Nyhus

Trapesbordproblemet

Matematisk samtale og funksjonell tenkning på småtrinnet

I forbindelse med eksamen på Høgskolen i Oslo og Akershus (OsloMet), Kompetanse for kvalitet fikk vi i oppgave å gjennomføre en kognitivt utfordrende oppgave innenfor funksjonell tenkning på barneskolen. Algebra og funksjoner er kanskje ikke noe de fleste forbinder med matematikk på småtrinnet. Jeg ville derfor undersøke muligheten for å arbeide med dette med de yngste elevene. Kan elever på småtrinnet løse algebraiske oppgaver på egen hånd med støtte i den matematiske samtalen?

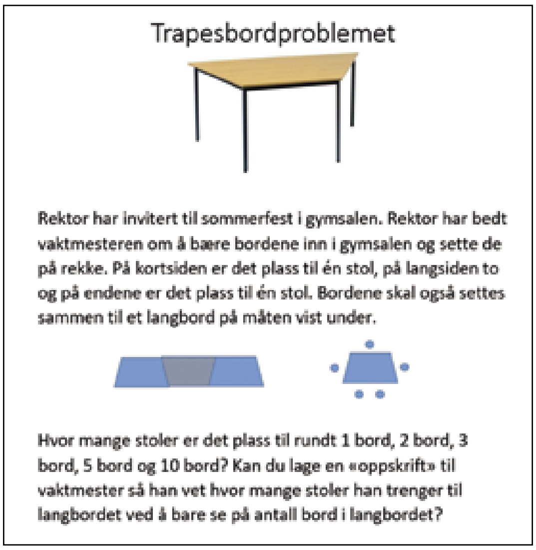
I lærebøkene i matematikk på småtrinnet finnes det oppgaver man kan argumentere for er algebraisk tenkning, men det er etter min erfaring sjelden fokus på dette. I læreplanen i matematikk er ikke ordet algebra nevnt før kompetansemålene etter 7. trinn. Vi kan likevel finne kompetansemål etter 4. trinn som kan kobles til algebra:

- kjenne att, eksperimentere med, beskrive og vidareføre strukturar i talmønster
- bruke matematiske symbol og uttrykksmåtar for å uttrykkje matematiske samanhengar i oppgåveløysing

Jeg bestemte meg for å undersøke om elever på småtrinnet var i stand til å løse en antatt krevende kognitiv oppgave der klassesamtalen skulle være et viktig ledd i å nå målet. Oppgaven jeg valgte ut, var en variant av «Trapesbordproblemet» som beskrevet i blant annet Blanton (2008) (figur 1).

Elevgruppen jeg valgte, var min egen klasse på 3. trinn (26 elever). Denne oppgaven stiller

Gaute Nyhus
Lakkegata skole
ganya001@osloskolen.no



Figur 1

Nyhus, G. (2018). Trapesbordproblemet. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning, 29*(3). 2–7.

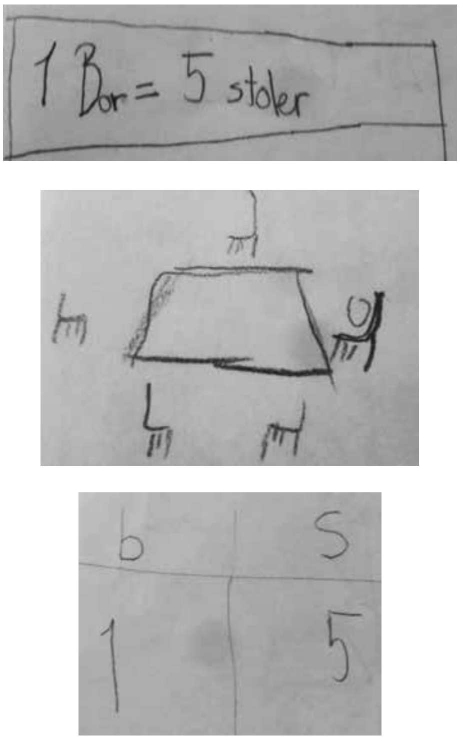
høye kognitive krav, da den blant annet ikke gir noen instruksjoner på hvordan den skal løses, krever kompleks tenkning på sammenhenger mellom tallene, benytter seg av relevant matematisk «bakgrunnskunnskap» og ikke minst kan løses med forskjellige representasjonsformer. Oppgaven har også et multiplikativt element og et konstant element, noe som skiller den fra «tallrekker» som elever møter i lærebøker og på nasjonale prøver i faget. Aktiviteten gir også en kontekst til tallparene som dannes, noe jeg tror kan hjelpe elever med å «leve seg inn» i oppgaven og matematikken.

Jeg var nysgjerrig på om elever på 3. trinn kunne løse en numerisk, lineær funksjonsoppgave ved hjelp av ulike representasjonsformer og den matematiske samtalen. Ville de oppdage univariasjon (det å se på endring i den avhengige variabelen uten å se på endring i den andre), kovariasjon (det å se på begge variablene hver for seg) og/eller korrespondanse (lete etter sammenhengen mellom den uavhengige og den avhengige variabelen)? Ville de klare å lage en (retorisk) generell formel for funksjonen?

Jeg ønsket at elevene selv skulle nå målet for aktiviteten med minst mulig innblanding fra meg. Jeg brukte god tid på planleggingsfasen for å kunne være godt forberedt på ulike spørsmål og løsninger elevene kunne komme med. Selve aktiviteten var delt inn i forskjellige trinn der elevene skulle finne ut av antall stoler til 1, 2, 3, 5 og 10 bord. Dette var planlagt for å kunne se om elevene ville utvikle strategiene sine, være låst til én eller eventuelt veksle mellom strategiene som ville komme opp under den matematiske samtalen. Elevene var godt vant med å jobbe med læringspartner, så det var naturlig at de diskuterte strategier med hverandre underveis i selve arbeidet.

Gjennomføringen og utdrag fra klassesamtalen

Jeg introduserte oppgaven på smarttavla og spurte elevene: «Hvor mange stoler blir det til ett bord? Vis hvordan du tenker på arket foran deg.»



Figur 2

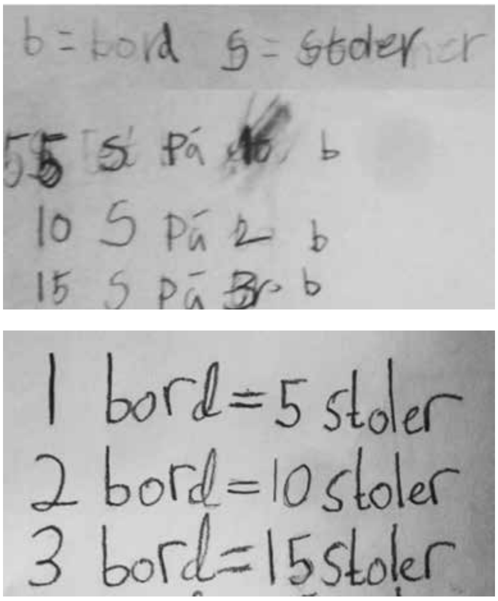
Her var det to hovedvarianter av svar som gikk igjen: de som bare skrev fem stoler til ett bord, og de som tegnet et trapesbord og plasserte fem stoler rundt (figur 2).

Alle klarte denne oppgaven fint. Vi diskuterte de ulike strategiene, og mange påpekte av det «ikke var noe vits i å tegne bordet og stolene». Det var raskere og lettere bare å skrive det ned. Vi hadde så vidt vært innom t-tabell et par uker i forveien, og noen av barna sa at det var en god måte: «Vi trenger ikke skrive bord og stoler heller, vi kan bare skrive s for stol og b for bord.»

Det ble bred enighet i klassen om at det var oversiktelig og en rask måte å vise det på. Jeg bestemte meg derfor for å gå videre til neste oppgave: «Hvor mange stoler til to bord?»

Her hadde jeg sett for meg at det kom til å bli

Nyhus, G. (2018). Trapesbordproblemet. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning, 29*(3). 2–7.



Figur 3

flere feilsvar, og det ble det også (figur 3).

Emilie: «Tegning tar lang tid, så jeg byttet strategi og lagde tabell. Jeg har også klart 3 bord!», og henviste til 15 stoler på 3 bord.

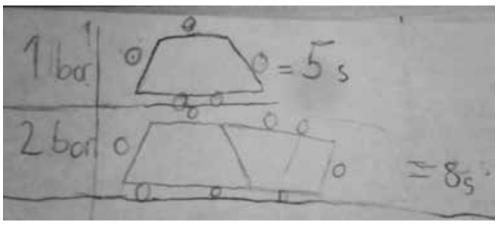
En annen elev hadde gjort akkurat det samme: «Jeg har skjønt sammenhengen! Hvis det er fem stoler til hvert bord, kan jeg bare legge på fem stoler for hvert bord!»

«Så du sier at du bare kan gange antall bord med fem stoler, så har du svaret?» spurte jeg.

«Ja», svarer Julius. «Jeg fikk det samme som Emilie på 3 bord også, så det virker!»

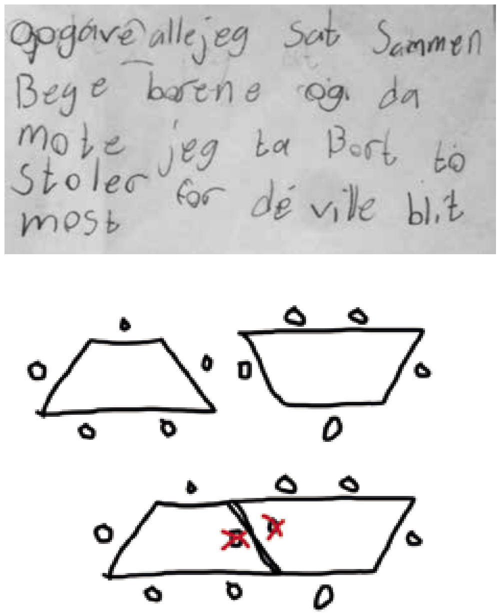
Nå kom det mange hender opp i været. «Er alle enige i tankegangen til Emilie og Julius?» spurte jeg. Mange ropte «nei».

Under arbeidet hadde jeg sett at Aleksander hadde tegnet opp 2 bord og 8 stoler (figur 4).



Figur 4

«Aleksander, du har fått 8 stoler.» Flere var enige om at det var 8 stoler rundt 2 bord. Hvordan kunne dette ha seg? «Snakk med læringspartner om hvorfor Aleksander har fått 8 stoler.» Etter en liten stund kom mange hender opp i været. «Bordene står inntil hverandre, så det er ikke plass til 10 stoler. 2 stoler blir borte.» Jeg hadde gått rundt og lyttet til samtaler under diskusjonen og plukket opp at Linnea hadde en veldig god forklaring til dette (figur 5). «Linnea, har du noe å legge til om hvorfor to stoler blir borte?» «Jeg satte sammen begge bordene, og da måtte jeg ta bort to stoler fordi de ville blitt most», svarte Linnea.



Figur 5

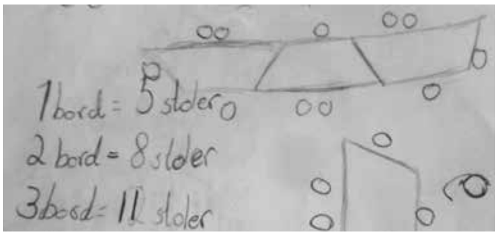
Jeg tegnet så opp Linneas tankegang på smartboarden. Nå så alle at to av stolene ble stående under/over bordene. De var blitt «most». «Har de som hadde 10 stoler, forandret mening nå?» spurte jeg. Julius sa: «Ja, jeg gjorde det nok litt fort. Jeg skulle nok tegnet på denne også.» Emilie var enig.

I denne delen av oppgaven var jeg bevisst på at jeg valgte først ut elevsvar som hadde tenkt «proporsjonalt» (5-gangen), for deretter å løfte frem elever som hadde tegnet og vist at dette ikke gjelder denne oppgaven. Jeg sørget også for å fremheve at det viktige med denne oppgaven var «stolene som ble most», og at det var smart å bruke flere representasjonsformer. Elevene var enige i at det var smart å bruke flere strategier.

Vi gikk videre til neste oppgave: «Hvor mange stoler til tre bord?»

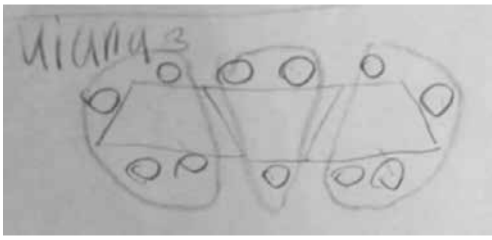
Elevene satte i gang. De aller fleste brukte nå både tegning og t-tabell i arbeidet sitt.

Alle hadde fått 11 stoler til 3 bord. Under arbeidet hadde jeg lagt merke til Ingrid som hadde klart oppgaven uten å tegne (figur 6). Jeg ba henne dele fremgangsmåten sin: «Ingrid, hvordan fant du ut at det var 11 stoler uten å tegne?» «Jeg tegnet to bord først, men så oppdaget jeg et mønster. Det var tre mer stoler på to bord, så da tok jeg tre flere stoler på tre bord også fikk jeg 11», svarte Ingrid.



Figur 6

«Hvordan kunne du være sikker på at det var tre stoler flere da?» spurte jeg. Jeg lot alle elevene få tenke på dette. De som hadde tegnet 3 bord, så at 11 stoler var riktig, men de strevde med å forklare at det ble tre stoler mer for hvert bord, som Ingrid hadde foreslått. Jeg fulgte derfor opp med et nytt spørsmål: «Hvordan talte dere stolene dere som tegnet bordene?» Jeg hadde nemlig sett at elevene gjorde dette forskjellig, og ga dem tid til å samle tankene. Uliana og Sigurd (figur 7) hadde en fin forklaring: «Hvis man putter det tredje bordet inn i midten, så ser man at det blir tre nye stoler.» «Husk på stolene som ble most», gjentok Linnea. Elevene kom nå til enighet om at det ble tre nye stoler til for hvert nytt bord. De hadde oppdaget univaria-

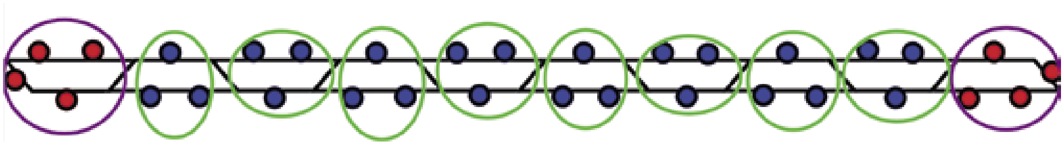


Figur 7

sjonen!

Jeg gikk derfor spent videre til neste oppgave: «Hvor mange stoler til fem bord?» Legg merke til at jeg hoppet over fire bord. Jeg ønsket nemlig å se om de bare la til tre stoler eller så sammenhengen mellom bord og stoler. Elevene overrasket meg positivt! Alle elevene gikk veien om fire bord før de fant stolene til fem bord. De tenkte rekursivt (la til tre for hvert bord), og det at ingen bare la til tre stoler viste at de også hadde sett at sammenhengen til antall bord. De hadde sett på kovariasjonen også! Noen få tegnet fortsatt bordene, og det var en fin måte å vise hvorfor antall stoler hadde en sammenheng

Figur 8



Figur 9

med antall bord.

De fleste hadde allerede funnet ut at til 10 bord hørte det 32 stoler. Jeg forandret derfor litt på spørsmålet: «Hvordan kan du raskest og enklest mulig telle antall stoler til 10 bord?» Jeg håpet med dette at de skulle oppdage systemet bak antall stoler. Kunne de komme frem til en eksplisitt generalisering? Elevene satte i gang med læringspartneren sin og begynte å tegne og telle stoler. Jeg vandret rundt og noterte meg strategier.

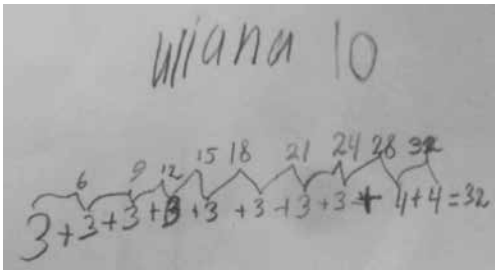
«Christiane og Oliver, dere hadde funnet en fin måte å telle stoler på?» spurte jeg. «Ja, vi tenkte på det Uliana sa om at det var tre nye stoler hele tiden. Vi tegnet ti bord og satte ring rundt tre og tre stoler i bordene på midten. De borterste bordene fikk fire stoler.»

Jeg tegnet opp på smartboarden (figur 9) slik de fortalte.

«Så plusset vi bare sammen 3 åtte ganger og la på 8 stoler til og fikk 32 stoler!» la Oliver til.

«Uliana, ser dette likt ut som det du tenkte?» sa jeg. Jeg hadde sett at hun hadde en variant uten tegning. «Ja, jeg tenkte inni meg 8 bord i midten med tre stoler hver, også la jeg på de to siste bordene med fire stoler hver til slutt.»

Ulianas forklaring (figur 10) med tegningen til Oliver og Christiane var veldig forståelig for elevene. De var nå enige i at det dette var en rask og effektiv måte å telle på. Johan ønsket å legge til noe: «Det går raskere å gange enn å plusse sammen alle treerne! Vi kan bare si 8 ganger 3 pluss 8.» Nå gikk det opp et lys for Sigurd:



Figur 10

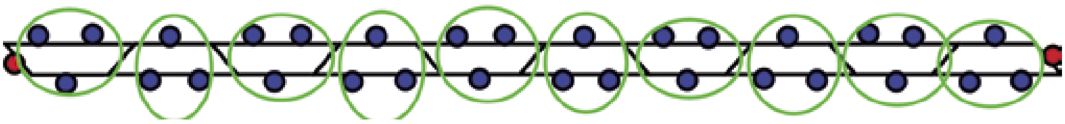
«Kan vi ikke bare si 10 bord ganger 3 stoler da?» Elevene var uenige i dette. «Det blir jo 30. Det skal være 32 stoler!» Ja, det stemmer, sa jeg. «Har Sigurd glemt noe? Tenk dere godt om og ha Ulianas strategi i bakhodet.» «Han har glemt at det er fire stoler på de borterste bordene!» er det mange par som forteller meg. Jeg har sett at Elise har funnet ut av det, og spør henne. «Elise, hva har Sigurd glemt?»

«Han har glemt endestolene. Det blir tre stoler på alle bordene pluss endestolene! Det er 10 ganger 3 pluss 2!»

«Er det dette du mener?» Jeg byttet fargene på stolene på modellen på smartboarden (figur 11).

August hadde sett på tegningene sine og gjort en oppdagelse. «Hvis du tar pekefingrene dine over endestolene, så ser man det! Det blir alltid tre stoler på hvert bord!» Alle elevene satte i gang med det samme på tegningene sine.

«Utrolig bra observert! Så hva vil dere si til vaktmesteren som skal hente stoler? Hvor mange må han hente?» spurte jeg.



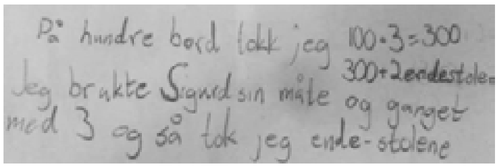
Figur 11

«Han må hente tre ganger så mange stoler som det er bord. Pluss to endestoler», sa Elise

«Så det dere mener, er at hvis dere ganger antall bord med 3 og legger til to (endestoler), så får dere antall stoler?» spurte jeg. «Ja!» ropte klassen. De hadde nå kommet frem til og kunne forklare den eksplisitte formelen ved hjelp av retorisk algebra!

Jeg avsluttet med å spørre hvor mange stoler vaktmesteren måtte hente. Det var 100 bord i gymsalen, fortalte jeg.

Denne dobbelttimen viser at elever på småtrinnet kan jobbe med funksjoner og algebra. Man trenger ikke bruke vanskelige matematiske begreper for å jobbe med denne typen oppgaver. La elevene diskutere strategier og oppdage matematikken. I denne økten var jobben min



Figur 12

å finne og dra frem gode elevsvar ved hjelp av gode samtaletrekk. Elevene lærte av hverandre og skiftet strategier etter å ha diskutert med hverandre. De oppdaget feilsvar og reviderte deretter. Elevene var kjempemotiverte og spurte etter lignende oppgaver senere. Nå har jeg problemløsningstimer hver eneste uke, og jeg blir alltid imponert ver hvor mye elevene klarer å finne ut på egen hånd bare ved hjelp av en god matematisk samtale og åpne strategier.

Nyhus, G. (2018). Trapesbordproblemet. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning, 29*(3). 2–7.