Valbekmo

Læring, utforsking og samtale

For kort tid siden spurte jeg noen av elevene mine på 7. trinn ved Byåsen skole om de husket noen matematikktimer de likte godt. Elevene nevnte flere av kontekstene vi har arbeidet med på ulike trinn. Blant annet nevnte de Muffes sjokoladebutikk, som vi arbeidet med i 3. klasse og Arkitektprosjektet, som vi hadde på 6. trinn, eller «Donald Trump-arbeidet», som eleven kalte det. Jeg spurte videre hva som var så bra med disse oppleggene, og de svarte at da vi arbeidet med Muffes sjokoladebutikk lærte de å forstå og bruke arealmodellen til multiplikasjon. Elevene fortalte meg at de brukte arealmodellen mye fortsatt, og ikke bare til multiplikasjon. Arkitektprosjektet hadde vært morsomt og spennende, og de hadde lært om areal, omkrets og volum av ulike figurer. Det hadde vært ekstra morsomt at kunden til arkitektfirmaet hadde vært Donald Trump.

Disse kontekstene er hentet fra matematikkdidaktikeren Catherine T. Fosnots «Contexts for learning Mathematics» (Fosnot mfl, 2007) og er to av mange kontekster som elevene har arbeidet med i matematikk fra de gikk i 3. klasse og fram til i dag.

I 2012 startet jeg på videreutdanning i matematikk ved Høgskolen i Nord-Trøndelag (HiNT), nå Nord Universitet. Her ble jeg presentert for en, for meg, ny arbeidsmetode i matematikkundervisning, RME. Kontekstene til Catherine T. Fosnot er inspirert av Freudenthals RME, Realistic Mathematics Education. Kontekstene som undervisningen knyttes til i denne serien, er nok mer eller mindre realistiske, men elevene opplever dem som realistiske. Elever kommer stadig bort til meg og spør: «Er dette sant?» eller «Har dette skjedd?» Vi blir som oftest enige om at det egentlig ikke er så nøye. Fosnot deler metodikken inn i kontekst, arbeidsfase/elevarbeid, minileksjoner og matematikkonferanse.

Det legges vekt på at elevene bruker sine egne representasjoner og strategier for å komme fram til svar på oppgavene eller problemene som skisseres, og at de kan diskutere og argumentere for ulike løsninger i et matematisk fellesskap.

Etter tre dager på første samling ved HiNT høsten 2012, ble vi studenter sendt hjem til våre skoler med beskjed om å lage oss en egen kontekst og prøve ut med elevene våre eller prøve ut en kontekst fra arbeidet til Fosnot. Erfaringene våre var stort sett veldig positive, og vi hadde mye spennende å diskutere på neste samling.

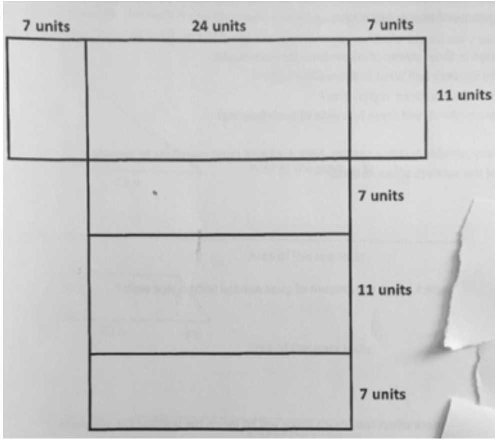
Ingunn Valbekmo
Byåsen skole
ingunn.valbekmo@trondheim.kommune.no

Konteksten

Arkitektprosjektet hadde vi på 6. trinn på Byåsen skole våren 2016. Vi brukte Fosnots «The architects project» (2014) som utgangspunkt for arbeidet. Dette heftet er ikke en del av den opprinnelige samlingen «Contexts for learning Mathematics», men kan sees som forlengelse av samlingen. I starten av arbeidet med en kontekst erfarte vi at det er viktig å bruke god tid på å sette elevene inn i konteksten. Denne gangen var oppgavene knyttet til at elevene i klassen hadde et arkitektfirma. Vi snakket om hva arkitekter gjør og hva de eventuelt måtte kunne.

Arkitektprosjektets første oppgave dreide seg om at firmaet hadde fått en kunde som vurderte å bygge et hus på ei tomt han hadde. Han hadde noen klare tanker om hvordan huset skulle se ut, mens andre ting var mer uklare for ham. Kunden var bestemt på at huset skulle være dekket av kvadratiske glassplater, og han skulle ha en rektangulær takterrasse med tregulv på toppen. Han var også fast bestemt på at omkretsen av bygningen skulle være på 36 glassplater, eller enheter som vi kalte det. Høyden på bygningen skulle være på 24 glassplater. Bygningen skulle ha form som et rett prisme. Kunden ville se ulike modeller av bygningen. Han ville vite hvor mange glassplater som måtte til for å bygge de ulike bygningene, hvor store takterrassene ble og hvor stort rom det ble inni bygningene.

En plantegning som vist i figur 1 ble presentert for elevene. Vi snakket om hvilke deler på tegningen som var hvilke deler på modellen, hvilke linjer vi skulle klippe etter og hvilke linjer vi skulle brette etter. Vi brukte cm som enhet da vi lagde modellene.



Figur 1

Elevarbeidet

Elevene gikk i gang med å utarbeide modeller av bygninger med ulike mål på takterrassene. De arbeidet i læringspar og hvert læringspar laget to ulike modeller. Det var i løpet av dette arbeidet at Donald Trump, som kunde, ble brakt på banen. Arbeidet foregikk samtidig med nominasjonsvalgkampen i USA så vi fikk snakket om amerikansk politikk, og jeg tror jammen også hår og frisyrer var oppe som tema.

Samtidig med at elevene arbeidet med denne oppgaven, repeterte vi ulike strategier for multiplikasjon med flersifrede tall gjennom flere minileksjoner. I arbeidet med arkitektprosjektet består mange av minileksjonene av tallstrenger med beslektede regnestykker som elevene skal løse. En slik tallstreng er for eksempel 2·6, 2·60, 12·10, 24·5, 24·15, 24·36. I arbeidet med minileksjonene arbeidet elevene individuelt, og vi snakket om ulike strategier som kan brukes for å komme fram til svarene på de ulike regnestykkene. Det meste av arbeidet foregikk som hoderegning, men elevene hadde whiteboard tilgjengelig om de trengte å notere noe underveis.

Etter hvert som elevene ble ferdig med modellene sine, regnet de ut arealet av takterrassene, volumet av bygningene og behovet for antall glassplater. Dette ble notert på post-it-lapper som de festet på modellene. Deretter fikk elevene noen spørsmål som de skulle overveie før de gikk i gang med å finne flere mulige mål for nye bygningsmodeller:

– Hvordan påvirker formen på takterrassen arealet på takterrassen?
– Hvordan påvirker formen på takterrassen mengden av glass som trengs til sideveggene? Husk at gulvet på takterrassen er av tre.

- Hvordan påvirker formen på takterrassen hvor mye plass det blir inni bygningen (volumet)?
- Er det noe vi kan si om neste bygning før vi lager modellen?

Matematikkonferansen

De ulike modellene og svarene på spørsmålene elevene fikk mens de arbeidet med modellene, ble bakgrunn for matematikkonferansen etter dette første arbeidet med denne konteksten. I konferansen delte noen av elevene sine erfaringer og svar på oppgavene med resten av klassen. Det er læreren som velger hvilke elever som skal presentere sitt arbeid i konferansen, og det er alltid matematikk som står i fokus når elevarbeider velges ut. Jeg pleier å velge elever som har brukt ulike strategier for å løse oppgavene slik at vi kan diskutere de ulike løsningsstrategiene opp mot hverandre. Da kan vi se etter likheter og ulikheter i de forskjellige arbeidene, og vi kan se på om en løsning er mer effektiv enn en annen. Jeg pleier å begynne med en løsning som de fleste har forutsetninger for å henge med på, og så går vi over til mer avanserte løsninger etter hvert. På denne måten kan vi prøve å få med alle elevene ett steg videre i prosessen med å bli mer effektive og kompetente i matematisk arbeid.

Det som ble diskutert i matematikkonferansen etter dette første arbeidet med arkitektprosjektet var:

- Formen på topp og bunn er kongruente. Vi diskuterte innholdet i begrepet «kongruent» og sammenlignet grunnflata og takterrassen på de ulike modellene. Elevene fant også andre deler i modellene sine som var kongruente.
- Vi diskuterte en del begreper, som grunnflate, areal, overflate, volum og kongruent. Måleenheter som m^2 og m^3 ble også diskutert. I starten av arbeidet snakket elevene om enheter eller glassplater, men etter hvert brukte de begrepene m^2 og m^3.
- Overflatearealet som skal dekkes med glass er det samme, uansett form på takterrassen: 24×36 (høyde × omkretsen av takterrassen). Dette oppdaget elevene rimelig raskt når de arbeidet med modellene, og de argumenterte med at den delen av modellen som skulle dekkes av glass, ville være et rektangel med målene $24 \cdot 36$ enheter uansett hvilke mål de brukte på takterrassen. Noen av elevene brettet også ut de to modellene sine og la dem oppå hverandre for å være sikre. Elevene var ganske så sikre på at uansett hvilken form de hadde valgt på takterrassen så hadde antall glassplater blitt det samme. Så lenge omkretsen var 36 enheter kunne bygningen vært rund også, det hadde ikke spilt noen rolle. Dersom man brettet den ut ville formen vært rektangulær med målene ville være 24 og 36 hver gang.
- Når lengdene på sidene av takterrassen nærmer seg hverandre, øker arealet. Elevene fant ut at de oppnådde størst areal på takterrassen om sidene var like lange. De anslo også at arealet hadde blitt aller størst om takterrassen hadde vært sirkelformet.
- Volumet av rektangulære prismer kan beregnes ved formelen $V = l \times b \times h$. Denne formelen kom elevene fram til selv gjennom arbeidet med modellene. Det ble tydelig for dem hvorfor man kunne regne ut volumet av modellene på denne måten. Det er med på å gi elevene en trygghet på at det går an å finne fram til slike formler ved resonnering, at det er ikke noe hokuspokus som ligger bak formlene. Det er derfor ikke helt krise om man glemmer en formel.
- Overflatearealet på rektangulære prismer kan beregnes ved formelen: Overflate = høyde × omkrets av takterrasse + arealet av takterrassen × 2. Også her fikk vi en god diskusjon rundt hvorfor formelen er som den er. De elevene som strevde med å finne formelen, regnet ut arealet av hvert

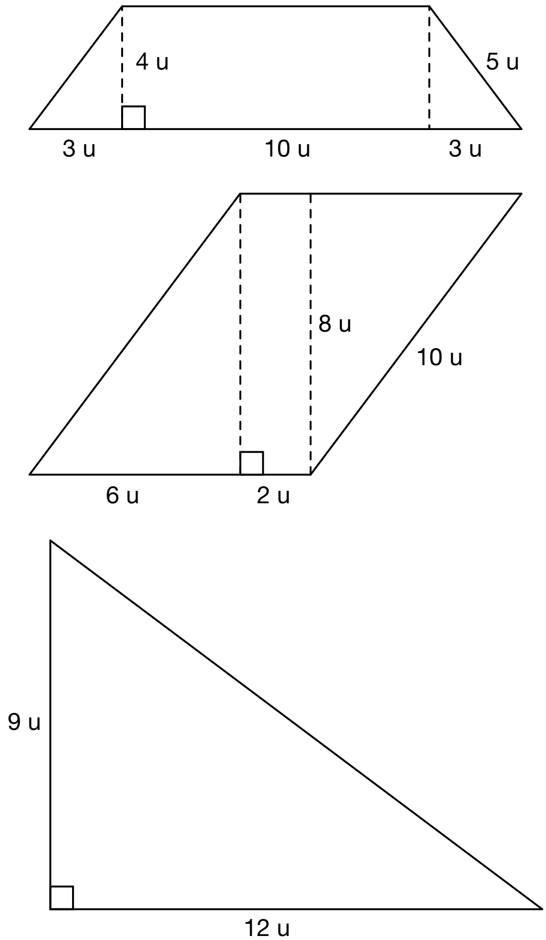
enkelt rektangel i modellen for så å addere alle delene sammen, mens de som var litt tryggere i arbeidet regnet ut arealet av det glassdekkede området og adderte dette med topp og bunn på modellen.

Ett av læringsparene hadde laget en modell med en takterrasse som var $1 \cdot 17$ enheter. Ved å se på denne modellen fikk vi en fin diskusjon rundt mer praktiske elementer ved husbygging. Elevene var enige i at det kanskje ikke var hensiktsmessig med en bygning som var så lang og smal. Det ville være vanskelig å møblere både inne i bygningen og på takterrassen. Modellen sto ikke stødig på bordet og elevene var redd for at bygningen heller ikke ville være stødig nok med en slik grunnflate.

Videre arbeid med arkitektprosjektet innebar at kunden kom med nye forespørsler, han lurte blant annet på hva som skjedde med arealet av takterrassen, overflaten dekket av glass og volumet om bygningen fikk andre former med 36 enheter som omkrets. Hva om takterrassen hadde form som en rettvinklet trekantet, form som et parallellogram eller et trapes (figur 2)?

Hva om man endret formen på takterrassen til trekanter uten rette vinkler eller til en sekskant?

Gjennom dette arbeidet fikk elevene grublet seg fram til ulike strategier for å regne ut areal av geometriske figurer. Nok en gang fikk de en erfaring med at formlene ikke er en trylleformel, men at de har en logisk forankring i figurene.



Figur 2

Hvorfor er dette er undervisningsmetode som fortjener oppmerksomhet?

For det første engasjerer arbeidsmetoden elevene, de liker å arbeide med krevende, åpne oppgaver. De syns matematikk er gøy, og de får en oppfatning av at læring er hardt arbeid. Elevene får en tro på at de kan løse oppgaver. Elevene ser at formler og strategier bygger på hverandre, ting henger sammen slik at det blir mindre å huske og lettere å hente fram kunnskap når de forstår hva de arbeider med. De «realistiske» kontekstene gjør at elevene ser hvordan matematikk kan brukes i hverdagen, og de erfarer at det er viktig å kunne matematikk i mange ulike sammenhenger. Elevene får utviklet mange ulike løsningsstrategier og framgangsmåter som de kan veksle mellom i sitt arbeid, og de blir stadig flinkere til å velge egnet løsningsstrategi. I og med at elevene velger strategier og framgangsmåter selv vil det også ligge mye tilpasning i slike arbeid. Elevene tar utgangspunkt i sitt ståsted når de går i gang med arbeidet. Elevene kan argumenter for sine løsninger, de reflekterer over svarene de har fått, og de kan resonnere rundt sammenhenger mellom ulike begreper og prosedyrer. Alt dette er aspekter man finner igjen i Kilpatrick, Swafford og Findells (2001) trådmodell, som viser fem komponenter som sammen utgjør matematisk kompetanse. Anita Valenta (2015) ved Matematikksenteret har skrevet en god artikkel hvor hun henviser til trådmodellen.

Jeg er ikke i tvil om at elevene på 7. trinn på Byåsen skole har utviklet en god matematisk kompetanse gjennom arbeid med denne og lignende kontekster. I tillegg er det spennende å være matematikklærer gjennom et slikt arbeid, man får en helt annen innsikt i hvordan elevene tenker enn om man arbeider mer tradisjonelt i ei matematikkbok. Det engasjementet, den iveren og den gleden elevene viser i matematikktimene er inspirasjon i hverdagen. Vi ELSKER matte!!

Referanser

Fosnot, C. T. mfl. (2007). *Contexts for learning Mathematics*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Glassco, S. & Fosnot, C. T. (2014). *The architects' project. Area, volume and nets.* CreateSpace Independent Publishing Platform.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Research Council, National Academy Press.

Valenta, A. (2015). *Aspekter ved tallforståelse*. Hentet 21. november 2016, fra http://www.matematikksenteret.no/multimedia/4091/Valenta_Aspekter-ved-tallforstaelse-okt16

Redaksjonens kommentar: Valenta hadde en artikkelserie i Tangenten i 2016. Disse artiklene utdypet artiklene som er vist til over.