

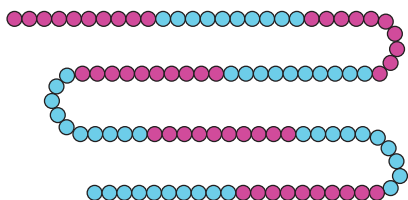
Hanne Hafnor Dahl, May Else Nohr

Perlesnor og tom tallinje

En perlesnor er en konkret representasjon av tallrekka. Den kan bestå av 10, 20 eller 100 perler, alt etter hvilket tallområdet elevene arbeider innenfor. En 20-perlesnor er 5-er-strukturert, det vil si at perlene er gruppert i 5 og 5 perler i to ulike farger.



En 100-perlesnor er 10-er-strukturert, og perlene er gruppert i 10 og 10 perler i to ulike farger.



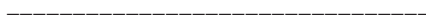
Perlesnorer skal visualisere tallrekka og være en støtte for elevenes mentale forståelse av tallene. Det gjelder både tallenes plassering i forhold til hverandre og den mengden tallene representerer. Målet er at elevene skal utvikle gode tall-

bilder, og at de skal oppdage hvordan tallene er sammensatt, som for eksempel:

- Tallet 6 består av 1 perle mer enn 5 og samtidig 4 perler mindre enn 10.
- Tallet 29 består av $10 + 10 + 9$ og samtidig $10 + 10 + 10 - 1$.

En videre matematisering av perlesnorene foregår når elevene foretar utregninger i addisjon og subtraksjon på en tom tallinje. En tom tallinje er en tallinje uten markeringer eller tallskala («Empty Number Line» – ENL). Modellen ble utviklet i Nederland på begynnelsen av 1990-tallet av Treffers og Buys (2001).

Dette er en tom tallinje:



Det er ingen regler for hvor stor avstand det skal være mellom markeringene som gjøres på tallinja. En tom tallinje skal være en støtte for elevens hoderegning – et kladdemark hvor elevene kan gjøre sine egne utregninger. Regning på en tom tallinje består ofte i å beholde den første addenden hel, for så å dele opp den andre addenden. Elevene velger den strategien de finner mest hensiktsmessig ut i fra regneart, tallområde og tallene i den gitte regneoppgaven.

Selv om elevene står fritt til å foreta sine egne «hopp» på en tom tallinje, finnes det noen hovedstrategier (Beishuizen, 1999), se rammen på neste side.

Hanne Hafnor Dahl

Rødvet barneskole

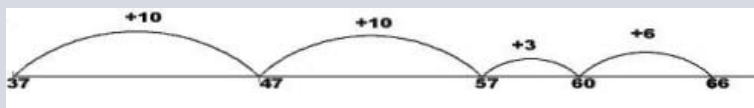
Hanne.dahl@rodtvet.gs.oslo.no

May Else Nohr

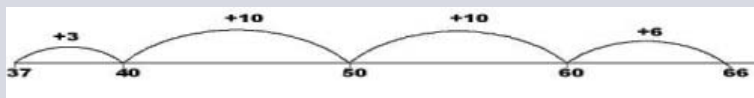
Rødvet barneskole

may.nohr@rodtvet.gs.oslo.no

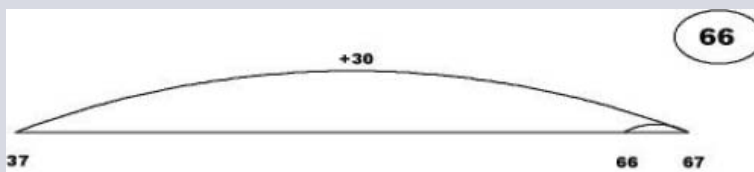
N10 kalles metoden der det første tallet beholdes helt, og det neste deles opp slik at man «hopper» med tiere og enere. $37 + 29$:



A10 er en variant av N10, men ved A10 «hopper» man først til nærmeste hele tier og fortsetter videre med de hele tierne, $37 + 29$:



En tredje metode er «overhopp», eller kompensasjonsmetoden, N10C, $37 + 29$:



Perlesnorer i begynneropplæringen

5-er- eller 10-er-strukturer skal hjelpe elevene til å finne gitte tall og gjøre seg kjent med plasseringen av tallene i forhold til hverandre. Samtidig kan de se mengden som tilsvarer tallet. Elevene trenes altså til å «lese» tallene på 20-perlesnora ved å bruke 5-er-strukturen. De kan se at 6 perler består av en gruppe med 5 perler pluss en perle til i en annen farge. 100-perlesnora er 10-er-strukturert, og elevene får hjelp til å se at det er seks 10-ere i 64 og nesten syv 10-ere i 69. Tierne og femmerne er altså viktige holdpunkter.

«Tallinje på gulvet»

Under vår utprøving av modellene med perlesnor og tom tallinje kom vi på idéen om å bruke en «tallinje på gulvet». Dette er en konkret og fysisk modell tilpasset elevene på 1. trinn, hvor elevene kan telle forover og bakover på tallinja samtidig som de kan «gå og stå» på den.

«Tallinja på gulvet» består av laminerte pappsirkler (ca. 20 cm i diameter). Sirklene er i



to forskjellige farger og de er 5-er-strukturert. Man kan starte med ei tallinje med 10 sirkler og etter hvert utvide til 20 sirkler.



Sirklene legges på gulvet og elevene kan gå og stå på sirklene mens de teller. Vi har funnet det viktig å definere «telleretningen» på tallinja for elevene – slik at man alltid starter å telle fra venstre. Sirklene skal ikke ha tallsymboler. Da unngår vi at elevene bare leser av symbolene. For å finne 7 må eleven se at tallet består av «en 5-er og en 2-er» og de får samtidig innsikt i at «7 er 2 mer enn 5» og at «5 er 2 mindre enn 7».



For å finne 9 må elevene se at tallet består av

en «5-er og en 4-er» og de får samtidig innsikt i at «9 er 1 mindre enn 10» og at «10 er 1 mer enn 9».

Aktiviteten «Gjett et tall» passer godt når vi skal øve på tallenes plassering i forhold til hverandre. En elev får en lapp på ryggen med et bestemt tallsymbol skrevet på, for eksempel tallet 9. Eleven skal finne tallet og starter ved å stille seg på en tilfeldig valgt sirkel på tallinja på gulvet. Eleven velger for eksempel å plassere seg på den femte sirkelen og spør de andre elevene: «Er tallet større eller mindre enn 5?» Elevene i klassen svarer: «Tallet er større enn 5.» Elevene stiller seg så på den tiende sirkelen og spør: «Er tallet større eller mindre enn 10?» Elevene i klassen svarer: «Tallet er mindre enn 10.» Aktiviteten fortsetter til eleven har funnet riktig tall.

Det er et poeng at elevene selv stiller spørsmålet og sier hvilket tall de står på. Elevene viser da at de kan orientere seg på tallinja, og at de har kompetanse om tallenes størrelse i forhold til hverandre, for eksempel: at «10 er større enn 5» og «9 er mindre enn 10».

Elevene må få bruke sitt naturlige språk og utvikle sitt matematiske språk (Anghileri, 2000). Det er ikke innlysende for en elev at «5 og 5 er 10» og «5 pluss 5 er lik 10» er det samme. Derfor blir det viktig at elevene lærer de matematiske ordene og uttrykkene, med utgangspunkt i sitt eget hverdagspråk. For å få til dette må de få muligheten til å sette ord på egne tanker og til å kommunisere dette med hverandre og med lærer. Gjennom en matematisk samtale, som tar utgangspunkt i tallinja på gulvet, har vi som lærere en gylden mulighet til å få innsikt i elevenes kompetanse om tallrekka. Spørsmålene og elevsvarene som er gjengitt i teksten under er eksempler fra elevsamtaler på 1. trinn. Disse elevene har, over en periode på tre måneder, jobbet systematisk med tallinja på gulvet. Eksempler på spørsmål:

- Hvor mange sirkler/rundinger er det på gulvet?
- Hvor mange blå og røde sirkler er det på tallinja?

- Kan du finne 5 på tallinja, hvordan tenkte du?
- Du står nå på 5, kan du finne 10 på tallinja, hvordan tenkte du?
- Du står nå på 10, kan du finne 9 på tallinja, hvordan tenkte du?



Spørsmålenes rekkefølge har betydning. Det er for eksempel enklere for elevene å orientere seg på tallinja når de først finner 10 og så skal finne 9.

Elevene hadde jobbet jevnlig med tallinja og de fleste visste at den består av 20 sirkler, og at det er 10 røde og 10 blå sirkler. På spørsmål om hvor mange sirkler det var på gulvet brukte mange av elevene tallinjas 5-er-struktur når de svarte at det var 10 av hver farge fordi 5 og 5 er 10. Noen elever så «tallinja» i sammenheng med addisjon og svarte at det må være 20 sirkler fordi «5 og 5 og 5 og 5 blir 20» eller «5 pluss 5 pluss 5 pluss 5 er 20.» Noen av elevene så dette i sammenheng med 5 og 5 fingrer og viste at det ble det samme som 5 og 5 sirkler: «Det er det samme som 10 fingrer.»

Tallinja kan også være en god støtte for elever som mangler begreper når de skal forklare hvordan de tenker, som i det følgende eksemplet om begrepene *før* og *etter*. En av elevene støttet seg til tallinja når han kommuniserte tankene sine: «Jeg sto på 10 og da ble 9 der.» (Eleven pekte på sirkelen foran seg.) Mange av elevene var usikre på bruken av begrepene *før* og *etter* og blandet disse: «Etter 10 kommer 9.» Læreren fikk da innsikt i elevenes misforståelser og kunne jobbe videre med å presisere begrepene for eleven.

Perlesnorer

Elevene kan lage sine egne perlesnorer, bestående av perler i to ulike farger.



I tillegg bør man ha en stor demonstrasjonsnor (lærersnor).



På samme måte som med tallinja på gulvet tar man utgangspunkt i perlesnoras 5-er-struktur når man skal finne tall på 20-perlesnor. Samtidig som man teller perlene kan man diskutere med elevene om hvordan de er sammensatt.

6 er det samme som 5 røde og 1 blå kule:



8 er det samme som 5 røde og 3 blå kuler:



Videre kan man bygge opp tall med utgangspunkt i 5-er- og 10-er-strukturen ved å finne tall på perlesnora:

12 er det samme som 5 røde, 5 blå og 2 røde kuler, eller 10 og 2 kuler:



Å finne 18 kan, for eksempel, enkelt gjøres ved å telle 2 ned fra 20 på denne måten:

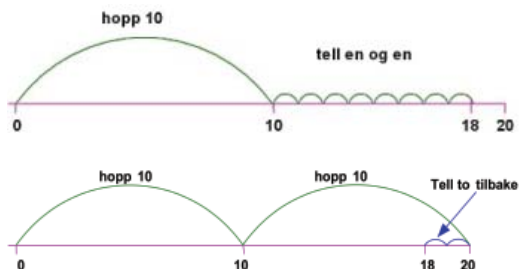


100-perlesnora kan introduseres når tallområdet utvides til 100. Den består av to farger, gruppert i 10-ere. Målet med arbeidet med 100-perlesnora er at elevene skal få gode mentale bilder av tallene opp til 100. De skal frigjøre seg fra å telle en og en om gangen, som er en metode som er lite effektiv når de skal regne med tall over 20.

Elevene lærer å forholde seg til hele tiere som er en nyttig strategi i hoderegning. Dette er også en strategi som er mye brukt når man gjør



utregninger på den tomme tallinja. Det er viktig å få fram at det er flere måter å «hoppe» på tallinja eller perlesnora. Eksempel: Å finne tallet 18 kan enten gjøres ved å hoppe et tierhopp og telle åtte perler eller å hoppe to tierhopp og telle to perler bakover.



Aktiviteten «Gjett et tall» kan også brukes på perlesnorene: Lærer bestemmer et tall og en elev skal gjette tallet. Eleven stiller spørsmål som: «Er tallet større eller mindre enn 60?» Tallområdet visualiseres ved å sette klesklyper på en demonstrasjonssnor. Klesklypene indikerer hvilket område tallet befinner seg innenfor, for eksempel at tallet er mindre enn 60 og større enn 44.

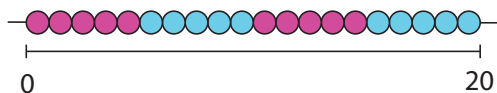
Noen eksempler på hvordan man kan jobbe med en 100-perlesnor:

- Finne tall på 100-perlesnora ved å forholde deg til 10er-strukturen, for eksempel at 32 består av $10 + 10 + 10 + 2$ perler.
- Fokuserer på at 50 er halvparten av 100, at det er midt på perlesnora.
- Logisk resonnement: Kunne se at tallet 75 befinner seg midt mellom 70 og 80, og vite at 99 er like foran 100
- Hoppe fra 0 til 43 med tier og ener hopp. Fortsette med dette til elevene klarer å gjøre operasjonen med færre hopp, for eksempel ved å hoppe med 20 eller 30 om gangen.

- Hoppe fra 0 til 69 ved å hoppe til 70 og så en tilbake

En «abstrakt» tallinje

En mer abstrakt modell for tallrekka er en tallinje med bare noen tall markert. Ved å bruke en slik tallinje sammen med tallinja på gulvet og perlesnorer kan man hjelpe elevene til et høyere abstraksjonsnivå. En lærer vil på denne måten få innsikt i elevenes kompetanse om tallinja, og kunne se om elevene har en mental forestilling om tallrekka, for eksempel at 10 er midt mellom 0 og 20.



Elevene kan tegne en strek eller skrive tallsymbolet på en nesten tom tallinje, hvor bare tallsymbolene 0 og 20 er skrevet på:



Elevene skal plassere tallene 10, 5 og 15 på riktig sted på denne tallinja.



Elevene skal plassere tallene 4, 11 og 19 på riktig sted på tallinja. Tallene 0, 5, 10, 15 og 20 er skrevet på tallinja. Tallene de skulle plassere ligger tett opp til de tallene som allerede var skrevet på tallinja.

På samme måte kan man plassere tall på tomme tallinjer når tallområdet utvides til 100 (se nederst på siden).

Avslutning

I forbindelse med telling kan perlesnorer være gode konkretiseringsmidler. Man konkretiserer da den muntlige tellingen ved at man flytter tydelig på perlene når man teller med en og en, to og to eller fem og fem perler om gangen.

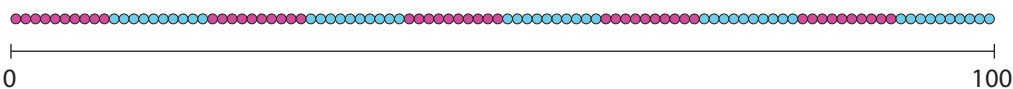
Å ha gode ferdigheter i telling vil si at elevene skal kunne tallrekka utenat, samtidig som de ser sammenhengen mellom tallenes rekkefølge og mengdene tallene representerer (Fuson, 1988). I begynneropplæringen bør man derfor ha daglige telleøvelser som sikrer at alle elevene lærer tallrekka: først til 10, så til 20 og videre til 100. Øvelser på tallrekka kan være tellinger forlengs og baklengs, øvelser på å si hvilket tall som kommer før og etter et gitt tall og tellinger hvor elevene teller videre fra hvilket som helst tall i det tallområdet det jobbes med. Etter hvert må elevene også kunne telle med 2, 5 og 10 om gangen.

Å kunne telle blir ofte oppfattet som en selv-sagt kompetanse. Treffers (2001) påpeker at telling spiller en vesentlig rolle i utviklingen av elementær tallforståelse. I følge Henry og Brown (2008) vil elever som løser oppgaver basert på ulike tellestrategier, sannsynligvis utvikle bedre tallforståelse. De vil også lettere kunne se sammenhenger mellom tall og tallenes egenskaper, og de utvikler strategier som kan være effektive for å løse addisjons- og subtraksjonsoppgaver. Disse strategiene gir i tillegg elevene et verktøy for å løse oppgaver med store tall mentalt (Henry og Brown, 2008). Elever vil derfor profitere på å ta utgangspunkt i sin telling og å bygge videre på denne, ved å strukturere tellingen først i 5ere og så i 10ere. Dette stemmer godt med våre erfaringer. Vi ser at våre elever som har jobbet systematisk med telling, og samtidig brukt 5er-strukturerte og 10er-strukturerte perlesnorer, har hatt stor nytte av dette.

Referanser

Anghileri, J. (2000). *Teaching Number Sense*. London: Continuum.

Beishuizen, M. (1999). The Empty Number Line as a new model. I I. Thompson (Red.), *Issues in teaching numeracy in primary*



- schools*. Buckingham: Open University Press.
- Fuson, K. C. (1988). *Children's Counting and Concepts of Number*. New York: Springer-Verlag.
- Henry V. J. og Brown, R. S. (2008). First-Grade Basic Facts: An Investigation into Teaching and Learning of an Accelerated, High-Demand Memorization Standard. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(2), 153–183.
- Nohr, M.-E., & Dahl, H. H. (2009). *Tallforståelse og mentale regnestrategier på småskoletrinnet*. Mastergrad, Høgskolen i Oslo, Oslo.
- Treffers, A. (2001). Kindergarten 1 and 2 – Growing number sense. I M. van den Heuvel-Panhuizen (Red.), *Children Learn Mathematics*. Utrecht: Freudenthal Institute, Utrecht University, the Netherlands.
- Treffers, A. og Buys, K. (2001). Grade 2 (and 3) – calculation up to 100. I M. van den Heuvel-Panhuizen (red.) *Children Learn Mathematics*. Utrecht: Freudenthal Institute, Utrecht University, the Netherlands.