

Bodil Kleve og Helga Kufaas Tellefsen

Stegmodellen i matematikk

Stegmodellen i matematikk – vurdering for læring? er et skoleutviklingsprosjekt med fokus på resultater og undervisningspraksis i realfagsfeltet med to utviklingsperspektiv; videreutvikling av undervisningspraksis i realfag og videreutvikling av skolen som lærende organisasjon. Hovedmålene er å implementere en praksis der tilpasset opplæring for den enkelte elev er et grunnleggende prinsipp, samt å utvikle en kultur der skolene utvikles til en lærende organisasjon gjennom vurdering av seg selv og det læringsutbytte som oppnås. Tre ungdomsskoler i Oslo har samarbeidet med Høgskolen i Oslo om innføringen av stegmodellen og bruk av stegark i faget matematikk. De fikk midler fra prosjektet, «Fra ord til handling». Prosjektledelsen (rektorene og en matematikklærer fra hver skole) ba oss som kompetansemiljø på Høgskolen i Oslo om veiledning og samarbeid.

Om stegmodellen

Stegmodellen består av stegark og stegprøver. Hensikten er at hver elev, enkeltvis, parvis eller i små grupper, skal kunne jobbe med matematikk på sitt nivå og bli veiledet av læreren og

hverandre på dette nivået. Alle elevene skal dermed kunne jobbe med samme tema samtidig. På denne måten ønsket matematikklærerne ved de tre skolene å imøtekomme prinsippet i Kunnskapsløftet om tilpasset opplæring. Det er viktig at stegmodellen i dette prosjektet ikke forveksles med «målarke som avkrysningsark». Stegarkene i modellen er ikke utformet som avkrysningsark. I følge en av initiativtakerne på er dette «en modell for å lære matematikk». Stegarkene inneholder konkrete mål og kriterier for måloppnåelse. De er utformet som læringsark hvor «kjennetegnet for måloppnåelse» står som differensierte underpunkter. Elevene kan jobbe med stegarkene alene eller sammen med andre. I samarbeid kan de hjelpe hverandre og diskutere og oppklare problemene sammen. Stegprøvene er ark med differensierte oppgaver som elevene gjør når de føler de mestrer stegarket på sitt nivå. Stegprøvene kan tas med og uten hjelpemidler, hjemme eller på skolen. De får tilbakemelding fra læreren på måloppnåelse og på hva de eventuelt må jobbe mer med før de går til neste stegark. På den måten fungerer stegprøvene som en vurdering for å kunne gå videre til neste stegark.

Bodil Kleve, Høgskolen i Oslo

bodil.kleve@lui.hio.no

Helga Kufaas Tellefsen, Høgskolen i Oslo

helgakufaas.tellefsen@lui.hio.no

Vår rolle

For oss er dette et forsknings- og utviklingsprosjekt. Vi undersøker utviklingsprosessen i lærernes arbeid samtidig som vi driver utviklingsar-

beid gjennom deltakelse og ved å stille spørsmål. Vi ser at spørrende og utforskende aktiviteter i fellesskap med lærerne er viktig for å få kunnskap om matematikkundervisning.

Teorigrunnlaget i prosjektet er sammenfallende med forskningskonsortiet «Teaching Better Mathematics» (prosjekt.uia.no/tbm/). Formålet er å utvikle kunnskap og praksis i forbindelse med matematikkundervisning gjennom utvikling av ulike grupper av læringsfellesskap. Vi antar at lærere og didaktikere bringer ulik erfaring og kunnskap inn i læringsfellesskapet, hvor utvikling av faglig og didaktisk kunnskap i matematikk finner sted. *Sammen* kan vi dra vekslers på de ulike grupperes spesialiserte kunnskap i utviklingsarbeidet gjennom å utforske, stille spørsmål og å søke svar. «Together, we ask and seek to answer questions to enable us to know more about mathematics teaching and learning» [1]. Forskning basert på «Inquiry Community» betyr at utvikling av undervisningspraksis er en følge av *kritisk justering av egen praksis*. Det innebærer å omforme egen praksis for å møte utfordringene «en kritisk justering av egen praksis» fører med seg.

Tilpasset opplæring

Lærerne på de tre ungdomsskolene ønsket altså å utvikle stegmodellen med bakgrunn i tilpasset opplæring. LK 06 [2] legger vekt på tilpasset opplæring:

«Undervisningen må tilpasses ikke bare fag og stoff, men også alderstrinn og utviklingsnivå, den enkelte elev og den sammensatte klasse. Opplæringen må tilpasses slik at barn og unge får smaken på den oppdagerglede som kan finnes både i nye ferdigheter, praktisk arbeid, forskning eller kunst» [2, s. 10].

I LK06 er tilpasset opplæring overordnet med tanke på å tilrettelegge ut ifra den enkelte elevs forutsetninger og læringsmål [3]. Tilpasset opplæring i et klasseromsfellesskap ser dermed ut til å kunne bli erstattet av mer ekstrem differensiering i LK06 [4].

Haug [5] diskuterer begrepet «tilpasset opp-

læring». Han konkluderer med at det på den ene side omfatter og skal imøtekomme behovet for individualisert og differensiert undervisning. På den annen side representerer begrepet en generell holdning til arbeidet i skolen, nemlig at man både skal ta hensyn til elevenes ulike forutsetninger, og også se på ulikheten mellom de enkelte elevene som en ressurs for virksomheten i skolen.

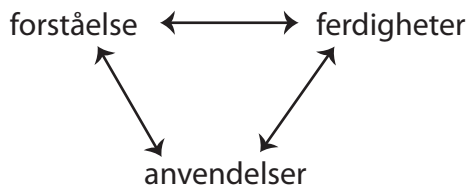
Ulike tiltak kan settes i verk ved en skole som ledd i tilpasset opplæring. Disse tiltakene kan være av organisatorisk art, som delingstimer, tolærersystem og gruppedeling. De kan også være av mer didaktisk karakter, med fokus på skolens og lærernes didaktiske kompetanse og matematikklærernes matematikkfaglige kompetanse [6].

Lærerne ved skolene vi samarbeider med, valgte å innføre en stegmodell i matematikk, som vi ser på som et tiltak av didaktisk karakter, for å imøtekomme Kunnskapsløftets føringer om tilpasset opplæring. Spørsmålet det står igjen å svare på, og som belyses til slutt i artikkelen, er i hvilken grad modellen svarer til og ivaretar disse føringene.

Matematisk kompetanse

Brekke [7] pekte på fem komponenter som utgjør det en kan kalle matematisk kompetanse: Faktakunnskap, ferdigheter, begrepsstrukturer, generelle strategier og holdninger. Disse komponentene dannet grunnlaget for de diagnostiske oppgavene som ble utviklet og gjenstand for en stor undersøkelse i norsk skole på 1990 tallet, KIM-prosjektet [7].

Senere har Niss [8] delt kompetanse inn i flere komponenter: Tankegangskompetanse, problembehandlingskompetanse, modelleringskompetanse, resonnementskompetanse, representasjonskompetanse, symbol- og formalismekompetanse, kommunikasjonskompetanse, hjelpemiddelkompetanse. Alle disse kompetansene må igjen sees i sammenheng med hvilket nivå en tilstreber kompetansen på. I utformingen av de nasjonale prøvene i matematikk tok



Anvendelse	Forståelse	Ferdigheter
Problemløsningskompetanse	Resonnemenstkompetanse	Representasjonskompetanse
Modelleringskompetanse	Tankegangskompetanse	Symbol- og formalismekompetanse
Hjelpe-	middel-	kompetanse

Figur 1

Matematikk-senteret utgangspunkt i Niss sine kompetanseområder [9], se figur 1. Hensikten med de nasjonale prøvene var at de skulle vise hvilke kompetanser elevene hadde i matematikk og å danne en kompetanseprofil av hver elev. Dette har imidlertid av ulike årsaker ikke skjedd i den grad som det var tilsiktet. Men det har likevel dannet grunnlag for kompetanseområdene som mange lærere bruker i dag når de skal bryte ned målene i kunnskapsløftet, nemlig fakta og ferdigheter, forståelse og anvendelse.

Alle målene i Kunnskapsløftet er kompetansemål. Det innebærer at hvert mål omfatter tre komponenter som til sammen utgjør kompetansen. De tre komponentene er ferdigheter, forståelse og anvendelse. Ferdigheter vil si å kunne omgås og bruke regneoperasjoner og symboler og automatisering av regneferdigheter. Forståelse handler om begrepsforståelse og å kunne tenke, resonnerer og kommunisere. Anvendelse er å kunne løse problemer og modellere. Alle komponentene spiller sammen og utgjør det vi kan kalle helhetlig matematisk kompetanse. Se figur 1.

Lærernes arbeid med stegmodellen

Lærerne startet med å lage stegarkene våren 2006 og de ble de tatt i bruk skoleåret 2006/2007. Våren 2007 hadde vi tre dager sammen med lærerne hvor vi diskuterte stegarkene de brukte.

På forhånd hadde vi studert alle stegarkene innen temaene tall og algebra. Vi hadde mange spørsmål og innspill. Gjennom diskusjoner med oss som didaktikere og med hverandre, fant lærerne ut at stegene de hadde utarbeidet og som de nå brukte, i altfor stor grad bare inneholdt kriterier for måloppnåelse innenfor kompetanseområdet fakta og ferdigheter. Det betød at de innså at de ved å bruke stegarkene i sin daværende form ikke kunne si noe om elevenes *helhetlige matematiske kompetanse*. Målene fra LK06 hadde de brutt ned til mange delmål. Siden elevene har ulike læringsstrategier var det slett ikke sikkert at rekkefølgen på alle delmålene passet alle elever. Dette understrekes også av Røsseland og Stedøy-Johansen [10]. Lærerne besluttet derfor å endre både rekkefølge, mål og kriterier. Det ble viktig for dem å sørge for at kriterier for måloppnåelse som forståelse og anvendelse ble ivaretatt.

Stegmodellen har en temabasert struktur. Hvert tema innen faget deles opp i mindre steg. Hvert steg inneholder en detaljert plan over hva som skal læres. Når eleven mener å ha oppnådd målene, tar eleven en stegprøve for å teste om de har nådd målene. Hvert tema skal også ha med mål hentet fra fagplanene fra videregående skole for å kunne ivareta alle elever. Hvor mange steg et tema inneholder varierer fra tema til tema. Læreboka brukes som oppgavebok der

Likninger 1 Flytt og bytt, multiplikasjon og divisjon



Ord og uttrykk du skal kunne:

Det er lurt å ha forklaringer på ordene i elevboka.

- Likning
- "Flytt og bytt" regel

Mål:- Kunne løse enkle likninger med addisjon og subtraksjon.

Løs oppgavene ved hjelp av "flytt og bytt".

a) $X + 4 = 10$ b) $X + 20 = 11$ c) $X - 5 = 12$

Mål:- Kunne løse enkle likninger med multiplikasjon og divisjon.

Løs oppgavene ved å bruke motsatt regneart.

a) $\frac{X}{3} = 6$ b) $\frac{X}{5} = 2$ c) $\frac{X}{6} = 8$ d) $3X = 24$ e) $4X = 32$

Mål:- Kunne løse likninger med flere regnearter i samme likning.

Løs oppgavene ved først å bruke "flytt og bytt", og deretter bruke motsatt regneart.

a) $8X + 4 = 20$ b) $4X + 3 = 35$ c) $6X - 9 = 33$ d) $\frac{X}{3} + 3 = 6$

e) $\frac{X}{5} + 9 = 12$ f) $\frac{X}{6} - 5 = 7$

Figur 2: Stegark 'Likninger 1' før revidering

hvert steg anbefaler oppgaver etter tilpasset nivå. To av tre timer i uka er nivådelte. Da er elevene delt inn i mestringsgrupper. Den enkelte gruppe kan ha elever med både høy og lav grad av måloppnåelse. Vitsen er å dele inn etter hvor mye hjelp den enkelte trenger. Lærertettheten varierer derfor fra gruppe til gruppe.

For å illustrere lærernes arbeid med revideringen av stegarkene vil vi bruke likninger som eksempel. Når det gjelder stegarket for likninger 1 (se figur 2), ser vi at allerede i overskriften, 'flytt og bytt', signaliseres et syn på matematikk der ferdigheter står sentralt. Går vi videre til målene, ser vi også der at det er ferdigheter som vektlegges. Begreper som «flytt og bytt» og «bruk av motsatt regneart» går igjen. Inn-

holdet i dette stegarket hadde dermed stor vekt på ferdighetskomponenten av den matematiske kompetansen, og anvendelses- og forståelseskomponentene kom ikke frem.

I det reviderte stegarket (se figur 3) ser vi at målene har fått en annen karakter. Her har lærerne forsøkt å lage mål som ivaretar kompetanse som forståelse og anvendelse. For å kunne vurdere hva elevene kan, og for å kunne gi faglige tilbakemeldinger, må læreren kunne kjenne igjen og beskrive elevens kompetanse. Kjenne-tegnene skal beskrive hvordan elevene mestrer kompetansemålene. Disse beskriver kvaliteten på det elevene mestrer i forhold til kompetansemålene. Et spørsmål det da blir nærliggende å stille, er om stegarket etter revidering svarer til

Likninger 1

Sette prøve og "flytt og bytt"



Mål:

Ord og uttrykk du skal kunne:

Det er lurt å ha forklaringer på ordene i elevboka.

- Likning
- Variabel og konstant
- "Flytt og bytt" regel
- "Sette prøve på svaret"

1. Kjenne igjen likninger, bruke hoderegning og forstå hva likhetstegnet betyr.	2. Løse en enkel likning som inneholder addisjon eller subtraksjon, og "sette prøve på svaret".	3. Sette opp en likning som løsningsmetode på et tekststykke.								
<p>Eksempel: Likninger er en slags balanse. Det skal være like mye på hver side av likhetstegnet; tenk på en vekt</p> <p>Pose + 4 kuler = 10 kuler.</p> $X + 4 = 10$ <p>Hvis $x = 6$ vil høyre og venstre side bli like.</p> $6 + 4 = 10$ <p>$10 = 10$, her er det nå balanse!</p>	<p>Eksempel:</p> <p>Vi bruker "flytt og bytt"</p> $X + 4 = 10$ $X + 4 - 4 = 10 - 4$ $\underline{X = 6}$ <p><u>Sette prøve:</u></p> <table border="1" data-bbox="486 860 749 1044"> <thead> <tr> <th>Venstre side</th> <th>Høyre side</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$X + 4$</td> <td>$= 10$</td> </tr> <tr> <td>$6 + 4$</td> <td>$= 10$</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$10 = 10$</td> </tr> </tbody> </table>	Venstre side	Høyre side	$X + 4$	$= 10$	$6 + 4$	$= 10$		$10 = 10$	<p>Eksempel:</p> <p>Truls har 4 kroner. Hvor mange kroner mangler han hvis han skal kjøpe en avis til 10 kroner?</p> <p>Mangler+4 kroner= avis</p> $X + 4 = 10$ $X + 4 - 4 = 10 - 4$ $\underline{X = 6}$
Venstre side	Høyre side									
$X + 4$	$= 10$									
$6 + 4$	$= 10$									
	$10 = 10$									
<p>Oppgave:</p> $X + 20 = 31$	<p>Oppgave:</p> <p>a) $X + 20 = 11$</p> <p>b) $X - 5 = 12$</p>	<p>Oppgave:</p> <p>Per og Ole har til sammen 145 fotballkort. Per har 110 kort. Hvor mange fotballkort har Ole.</p>								

Figur 3: Stegark 'Likninger 1', etter revidering

intensjonen som lærerne hadde.

Diskusjon

I Stortingsmelding 16, 2007 legges det stor vekt på tilpasset opplæring koblet opp mot vurdering. Vurdering blir sett på som en viktig og nødvendig faktor. Begrepet tilpasset opplæring kobles tettere opp mot effektivitet, læring og økt læringsutbytte enn hva som har vært gjort tid-

ligere. Det kan se ut som tilpasset undervisning og vurdering også blir sett på som virkemidler for å løfte norske elevers prestasjoner slik at vi kan forbedre vår posisjon i PISA og TIMMS. Det er neppe tilfeldig at avsnittet om vurdering i St.meld. 16 har fått plass rett etter avsnittet om tilpasset opplæring [11].

I følge lærerne er det viktig med klare kjen- netegn på måloppnåelse for å kunne gi elevene

god tilbakemelding. Det er dette som er «vurdering for læring». Kompetansemålene beskriver hva elevene skal mestre etter endt opplæring på ulike trinn, mens kjennetegn på måloppnåelse beskriver kvaliteten på det elevene mestrer i forhold til kompetansemålene. Kjennetegn på ulike nivå er ment å få fram forskjeller i faglige prestasjoner. Å utvikle stegark med gode kjennetegn på måloppnåelse har vist seg ikke å være enkelt for de lærerne som jobber med å utvikle stegmodellen.

Foreløpig har vi som didaktikere jobbet tett med prosjektgruppa i utvikling og revidering av stegarkene. Kastellet skole i Oslo var den skolen som tok initiativ til utvikling og bruk av stegmodellen i matematikk. Det er også den skolen som i størst grad har innført modellen i matematikkundervisningen på ungdomstrinnet. Lærerne der omtaler oss som «våre kritiske venner». Vi får uttalelser fra lærerne som «Dette har fått meg til å reflektere over kompetansemålene og hvordan målene må være for å ivareta anvendelse og forståelse og ikke bare fakta og ferdigheter.» Endringsprosessen er fortsatt i gang i blant lærerne, ikke bare i prosjektgruppa. En kommentar fra en av lærerne som har jobbet mye med utarbeidelsen av stegarkene og som er en ressursperson i hele gruppa sier: «Vi forstår nå at stegarkene ikke skal bli et ferdig produkt, men det vil være en prosess som er i stadig utvikling – selv om rektor ønsker å se på det som noe som skal bli et ferdig produkt.» Denne kommentaren viser hvor viktig det er hele tiden å jobbe sammen for å utvikle sin egen undervisning og dermed sin egen faglige og didaktiske kompetanse. En annen lærer uttrykte det slik: «Stegmodellen gjør at vi hjelper til med å løse problemer som elevene har. Vi lærere er jo ellers eksperter til å løse problemer som elevene ikke har.» Vi ser på utviklingen av lærernes faglige og didaktiske kompetanse som et viktig aspekt i dette arbeidet. Det ligger utenfor omfanget av denne artikkelen å gå nærmere inn på det her, men det er nærmere beskrevet i [12]. Det er likevel viktig å stille spørsmål som

Ball, Hiss & Bass [13] diskuterer: Hvem kan matematikk godt nok for å undervise elever på et gitt nivå og hva vil det si å kunne matematikk for å undervise? Det krever en høy matematisk og didaktisk kompetanse hos lærere for å kunne utvikle stegarkene slik at de kan fungere godt som tilpasset opplæring og dermed som vurdering for læring.

Ved bruk av stegmodellen sier lærerne at elevene til enhver tid vet hvor de står faglig og hvor de skal – «de er ikke bare ute og går». Videre sier lærerne, og det er matematikklærere med lang undervisningserfaring, at de aldri har hatt så god oversikt over hvor hver enkelt elev befinner seg rent faglig som nå. De får sjekket opp hva elevene kan i forhold til målene på stegarkene. Elevene får jevnlig faglig tilbakemelding av læreren. «Dette er en god måte å tilpasse undervisningen til den enkelte elev, både den sterke og den svake eleven; mindre tavleundervisning og mer veileding/hjelp i mindre grupper eller individuelt», blir det sagt. Dessuten bidrar modellen til at elevene selv velger når de vil ta en stegprøve og få tilbakemelding om de kan gå videre til neste steg. Således ligger ansvaret for faglig progresjon både hos eleven og også hos læreren som bruker stegprøven som vurdering for videre læring. Elevene som kommer til Kastellet skole i 8. klasse synes det er motiverende med den form for synlig progresjon.

Det ligger også store utfordringer i å bruke stegmodellen. For det første er det viktig at modellen er forankret i personalet. Videre er det viktig å betrakte modellen som dynamisk, dvs. under stadig utvikling. Lærerne uttrykker også at det å drive med utforskningsoppgaver og problemløsning ikke er så enkelt, og at de der har et stykke arbeid igjen. Men uansett, stegmodell eller annet utviklingsarbeid, lærerne på Kastellet skole er engasjerte og stadig opptatt av å revidere stegarkene for å forbedre modellen. Gjennom dette arbeidet utvikler de også sin faglige og didaktiske kompetanse.

Referanser

- [1] Jaworski, B. & Goodchild, S. (2006). *Inquiry Community in an Activity Frame*. in *30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Prague.
- [2] Kunnskapsdepartementet (2006). *Læreplanverket for Kunnskapsløftet: Midlertidig utgave*. Utdanningsdirektoratet.
- [3] Bachman, K. & Haug, P. (2006). *Forskning om tilpasset opplæring*, Møreforskning, Editor. Høgskolen i Volda-Møreforskning: Volda.
- [4] Botten, G., Dalan, E. & Dalvang, T. (2008). *Tilpasset matematikkopplæring i en inkluderende skole*. Tangenten, 19(2): p. 23–27.
- [5] Haug, P. (2006). *Begynnaropplæring og tilpassa undervisning – kva skjer i klasserommet?* Caspar Forlag A/S.
- [6] Lunde, O. (2008). *Å tilpasse den tilpassete opplæringen*. Tangenten, 19(2): p. 2–8.
- [7] Brekke, G. (1995). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Nynorsk [utg.] ed. Nasjonalt læremiddelsenter, Kvalitet i matematikkundervisningen. p. 25.
- [8] Niss, M. & Højgaard Jensen, T. (2002). *Kompetencer og matematikklæring idéer og inspirasjon til utvikling af matematikundervisning i Danmark elektronisk ressurs*. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr 18–2002, København: Undervisningsministeriet. p. 336
- [9] Kristiansen, G. & O. Drageset (2008). *Tilpassa opplæring og «kompetencer» i matematikkundervisningen*. Tangenten, 19(2): p. 28–33.
- [10] Røsseland, M. & Stedøy-Johansen, I.M. (2007). *Lærer elevene bedre ved bruk av stegark i matematikk?* Tangenten, 18(4): p. 56–58.
- [11] Engh, R., Dobson, S. & Høihilder, E.K. (2007). *Vurdering for læring*. Kristiansand: Høyskoleforlaget. p. 136.
- [12] Kleve, B. & Tellefsen, H.K. (i trykk). *Stegmodellen i matematikkundervisningen på ungdomstrinnet. En studie av læringsfellesskapet mellom lærere og didaktikere i forbindelse med utarbeidelse av stegark i matematikk*.
- [13] Ball, D.L., Hill, H. & Bass, H. (2005). *Knowing Mathematics for Teaching; Who Knows Mathematics Well Enough To Teach Third Grade, and How Can We Decide?* American Educator