Elisabet Lindland

Kunnskap om posisjonssystemet

– sammenheng med leseferdighet?

Kunnskap om posisjonssystemet ser ut til å være essensielt i elevenes kunnskap om matematikk, [5]. I addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon er det avgjørende at vi kan holde orden på hva som er tiere, enere osv.

Denne artikkelen bygger på arbeid gjort i forbindelse med min hovedoppgave i spesialpedagogikk[1], [7]. Da undersøkte jeg 44 11-åringers kunnskap om flersifrede heltall. Jeg ønsket å finne ut om elevenes kunnskap om posisjonssystemet hadde noen sammenheng med elevenes leseferdighet.

I denne artikkelen vil jeg først og fremst beskrive hvordan elevenes kunnskap om posisjonssystemet ble undersøkt. Jeg vil også si litt om hovedfunnene i studien.

Hva innebærer det å ha tilstrekkelig kunnskap om posisjonssystemet?

Det tar tid å få tilstrekkelige kunnskaper om posisjonssystemet (se også [6]). Kun halvparten av en gruppe 10-åringer har kunnskaper om at 2 i 23 betyr 20 og at tallet også kan beskrives ved hjelp av 1 tier og 13 enere, [12]. Ofte har elevene lært rutineoppgaver som sier at ”sifrene til høyre er enere og sifrene til venstre er tiere”.

I tillegg til at elevene må ha en grunnleggende mengdeforståelse og kjenne til hvordan vi har bestemt at de enkelte sifrene skal skrives, viser Jones m.fl [3] til fire nøkkelaspekt ved posisjonssystemet. Det er telling, oppdeling, gruppering og tallrelasjoner.

For å kunne tilegne seg kunnskap om posisjonssystemet må elevene kunne telle. Elevene må ikke bare kunne telle med en om gangen, men også med ti om gangen. Disse to måtene å telle på skal også kunne kombineres. Elevene kan da telle 4, 14, 24, 34 osv. Å ha dette fleksible forholdet til tellingen, er en forutsetning for å kunne tenke på 32 som 3 tiere og 2 enere og ikke bare som 32 enere.

Når elevene kan se på 32 som 3 tiere og 2 enere, har de begynt å konstruere kunnskap om oppdeling av flersifrede heltall. Men de skal også konstruere kunnskap om at flersifrede heltall kan deles opp i både kanoniserte deler (som at 32 deles opp i 3 tiere og 2 enere) og ikke-kanoniserte deler, for eksempel at 32 kan deles opp i 2 tier og 12 enere.

Elevene må også kunne gruppere eller endre grupperinger for å løse et flersifret problem. Det kan for eksempel være å fylle på tieren for lettere å regne ut 8 + 5. Å regne ut 8 + 5, blir da det samme som å regne ut 10 + 3.

Det fjerde aspektet er tallrelasjoner. Når elevene lærer tallrekken, lærer de en lineær tallstruktur og registrerer at tallrekken er ordnet slik at den stadig øker i verdi. Å ha kunnskap

Elisabet Lindland arbeider ved Bryne ungdomsskule, Time kommune
elisabet@lindland.com

Nivå	Kjennetegn
1. nivå	Det tosifrede tallet blir sett på som en helhet
2. nivå	En gryende kjennskap til posisjonene, vet hva som er ener- og tierplass
3. nivå	De to sifrene blir sett på som representanter for ulike objekt, for eksempel staver og klosser
4. nivå	Sifferet på tierplassen representerer grupper av ti
5. nivå	Tallet viser hele antallet ved hjelp av tiere og enere. Ikke av betydning om materiell er delt opp på en kanonisert- eller ikke-kanonisert måte

Figur 1

om hvilket tall som er større enn og mindre enn er essensielt i tallforståelsen. Det er nært knyttet til kunnskap om posisjonssystemet fordi verdien av et flersifret tall ikke bare bestemmes av sifrene i seg selv, men også av sifrenes plassering i forhold til hverandre.

Elever kan ha ulik kunnskap om posisjonssystemet. Modellen i tabell 1 er utviklet for å si noe om ulike nivå for kunnskap om tosifrede heltall [12].

På det første nivået kan elevene både skrive og avkode tosifrede heltall. Elevene kan også assosiere hele tallet med mengden det representerer, men de tolker det tosifrede heltallet som en helhet. Elevene forholder seg altså ikke til de enkelte sifrene.

På det andre nivået har elevene kunnskap om posisjonene. De vet at sifferet til høyre er på enerens plass og at sifferet til venstre er på tierens plass. Men elevene har enda ikke klart for seg hvor mye det enkelte sifferet står for. De vet altså ikke at 2 i 24 står for tjue. Elever som er på dette nivået, vil likevel klare mange av oppgavene de møter: "Hvor mange tiere er det i 84?" kan løses kun ved å vite at tierne står til venstre.

På det tredje nivået blir sifrene tolket etter sin verdi uavhengig av posisjonen de har. Men sifrene representerer ulike typer objekt for elevene. Tierne kan representere for eksempel staver, mens enerne kan representere for eksempel klosser. Elevene har ikke kunnskap om at en stav er akkurat like mye som 10 klosser. Siden sifrene bare blir tolket etter den verdien de har i seg selv, har ikke elevene kunnskap om at helheten er lik summen av delene: 2 staver og 4 klosser blir ikke 24.

Først på det fjerde nivået har elevene konstruert kunnskap om at sifferet som står på tierplassen, representerer grupper av ti. Kunnskapen er begrenset og elevene usikre, men kunnskapen om at hele tallet er lik summen av delene, er nå konstruert.

Når elevene når det femte nivået, kan vi si at de har god kunnskap om tosifrede heltall. Kunnskapen er sikker – selv om elevene møter materiell som ikke er delt opp på den kanoniserte måten eller med den type representasjoner de er vant til.

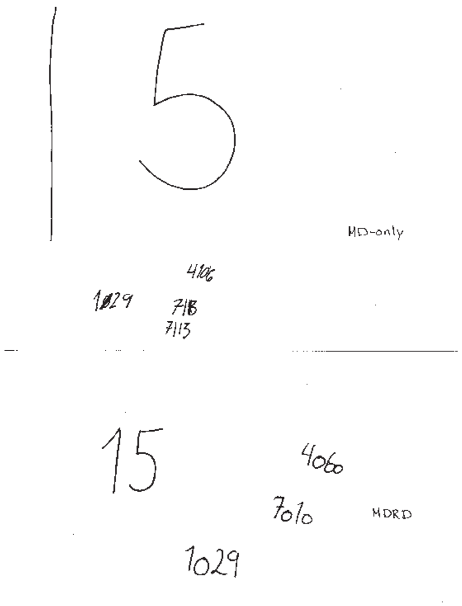
Kartlegging av elevers kunnskap om posisjonssystemet

Elevene ble kartlagt individuelt i ca. 15 minutter. Måten vi skriver flersifrede heltall på, var i fokus. De fleste oppgavene som ble brukt, var hentet fra amerikansk forsking [2] og vil bli presentert fortløpende sammen med resultatet på de enkelte oppgavene.

I resultatene vil det bli vist til elever med matematikkvansker, elever med lesevansker, elever med både lesevansker og matematikkvansker og elever med verken matematikkvansker eller lesevansker.[2] Elever med matematikkvansker blir brukt som en fellesbetegnelse på elever som "bare" har matematikkvansker og elever som har både lesevansker og matematikkvansker.

Oppgave 1 – skriving av tall

Eleven skulle først skrive ned tall som ble gitt muntlig. Det var følgende tall: 15, 129, 7013 og 4006. Disse tallene ble valgt ut på grunn av deres egenart. På den måten fikk jeg innblikk i elevenes kunnskap om 0 som en plassholder. Nesten alle de 44 11-åringene skrev ned de fire tallene uten vansker. De få elevene som viste vansker, skrev for eksempel 1029 for hundreogtjueni og 4060 for firetusenogseks. Figur 2 viser besvarelsen fra en elev med matematikkvansker og besvarelsen fra en elev med både lesevansker og matematikkvansker.



Figur 2

Alle elevene som viste vansker her, var enten fra gruppen med "bare" matematikkvansker eller fra gruppen med både lesevansker og matematikkvansker.

Oppgave 2 - Tallrelasjoner

Jeg ba eleven si hvilket av de to tallene 42601 og 423520 som har høyest verdi og hvorfor. Tallene ble gitt skriftlig. Eleven skulle deretter si hvilket tall som kommer rett etter 273999 når vi teller og hvilket tall som kommer rett før 2450 når vi teller. På denne måten fikk jeg kjennskap til elevens kunnskap om tallrelasjoner. Elever med matematikkvansker hadde stort sett ikke nok kunnskap om hvordan de skulle gjøre tallet 273999 en større. De gav svar som 274101010, 2731000, 274999 eller 3000000. De visste at noe måtte endres, men de hadde ikke tilstrekkelig kunnskap om posisjonssystemet til å vite akkurat hvordan det gjøres. Noe lignende viste seg når elevene skulle finne tallet som kommer rett før 2450. Elevene som oppgav andre svar enn det korrekte, svarte for eksempel 2340, 2350 eller 1450. At et siffer måtte bli en mindre i verdi, visste elevene, men de hadde ikke kunnskap om hvilken plass dette sifferet stod på.

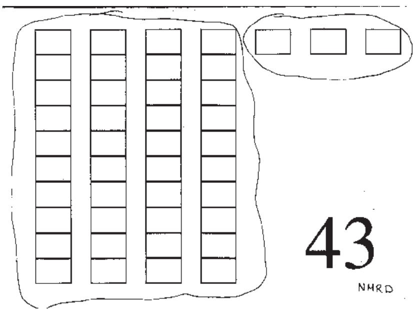
Oppgave 3, 4 og 5-oppdeling

I den tredje oppgaven jeg gav elevene, fikk den enkelte elev se tallet 16.

Figur 3

Eleven skulle telle opp tilsvarende antall brikker (figur 3). Deretter skulle eleven ved hjelp av brikker vise hva sifferet 6 står for og hva sifferet 1 står for. Dersom eleven ved sifferet 1, kun viste en brikke, spurte jeg: Hva med disse andre brikkene (9 stk.), har de noe med dette tallet (peker på 16-tallet) å gjøre? Elever med matematikkvansker viste stort sett 6 og 1 brikke, mens elever uten matematikkvansker viste 6 og 10 brikker.

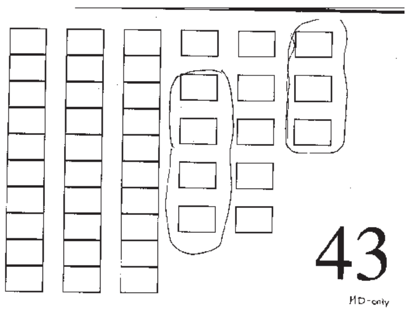
I den fjerde oppgaven fikk elevene se tallet 43 og 43 ruter på et kort. 40 av rutene var satt sammen til fire staver og 3 ruter var enkle. Eleven skulle sette ring rundt rutene som viste til 3 i 43 og ring rundt rutene som viste til 4 i 43. Elever uten matematikkvansker satte stort sett ring rundt 3 og 40 ruter (figur 4).



Figur 4

Eleven fikk samme oppgave da neste kort med tallet 43 og 43 ruter ble vist. Men rutene var denne gangen satt sammen av 30 ruter som var satt sammen til 3 staver og 13 ruter som var enkle. For elevene i denne studien hadde det ikke betydning om rutene var delt opp på en kanonisert eller en ikke-kanonisert måte. Elever uten matematikkvansker satte ring rundt 3 og 40 ruter, mens elever med matematikkvansker stort sett satte ring rundt 3 og 4 ruter (figur 5).

Den femte oppgaven lignet på oppgave 3 og 4. I denne oppgaven var 26 stjerner fordelt i seks grupper av fire og en gruppe av to. Elever som ifølge Ross er på det tredje nivået leter etter 6 av noe og 2 av noe annet. Disse elevene vil i denne oppgaven svare feil. I denne studien var det kun en elev som "ble lurt". Det var en elev med verken lesevansker eller matematikkvansker. Eleven gav uttrykk for at dette var litt annerle-



Figur 5

des: "Nei, denne var jeg ikke sikker på, nei" – sa eleven med et smil.

Oppgave 6 – De ulike plassene

Til slutt fikk eleven se tallene 37 og 415. Eleven skulle si hvor mye det var og deretter svare hvilket siffer som var på enerplass, tierplass og eventuelt hundrerplass. De aller fleste elevene uten matematikkvansker klarte dette, mens flertallet av elevene med matematikkvansker hadde vansker. De begynte for eksempel med enerplass fra venstre istedenfor høyre. I tillegg kunne elever med matematikkvansker plassere flere siffer på hver plass. Ved tallet 415 mente en elev at 4 stod på hundrerplassen og at 15 sto både på tier- og enerplassen. En annen elev svarte at 4 står på enerplassen, 15 står på tierplassen og at "ingenting" står på hundrerplassen. Flere av elevene med matematikkvansker hadde altså ikke kunnskap om at kun et siffer kan stå på hver plass.

Sammendrag av resultatet

Flertallet av elever som ble kartlagt, hadde tilstrekkelige kunnskaper om flersifrede heltall. De hadde kunnskap om at sifferet på tierplass har en spesiell verdi, og de var sikre på denne kunnskapen. Det vil si at elevene var på det 5. nivå ifølge modellen til Ross [12]. Det fantes også elever som ikke hadde tilstrekkelige kunnskaper. De var på det 1. eller 2. nivå ifølge modellen til Ross [12]. At en elev er på det 1.nivået, vil si at eleven ikke vet hvilket siffer som står på henholdsvis ener- og tierplass og at eleven ikke deler tallene opp i enere og tiere. Elever på dette nivået, svarte ikke korrekt på oppgave 3, 4, 5 og 6. På det andre nivået vet eleven hvilket siffer som hører til hvilken plass, men eleven viser ikke kunnskap om hva det vil si at et tall består av tiere og enere. Disse elevene svarte altså riktig på oppgave 6, men ikke på oppgave 3, 4 og 5. Praktisk talt ingen elever var på det 3. eller 4. nivå. Det så altså ut til at 11-åringene som ble kartlagt, enten hadde tilstrekkelig kunnskap om oppbyggingen av flersifrede heltall eller at de hadde en svært mangelfull kunnskap. Dette gir assosiasjoner til Ostads forsking som viser at elever uten matematikkvansker kjennetegnes av en fleksibel tilnærming til løsing av addisjons-, subtraksjons-, multiplikasjons- og divisjonsoppgaver, [9]. Elever med matematikkvansker kjennetegnes derimot av lite fleksibilitet. De har få og tungvinte strategier å velge mellom. (Når de skal addere 2 + 3, vil de for eksempel telle 1, 2 … 3, 4, 5.)

Har elevenes leseferdighet sammenheng med deres kunnskap om posisjonssystemet?

Hovedtyngden i denne artikkelen ligger på kartlegging av elevers kunnskap om posisjonssystemet, men hensikten med studien var først og fremst å finne ut om elevens evne til å lese hadde sammenheng med elevens kunnskaper om posisjonssystemet. Jeg vil derfor kort fortelle litt om hovedfunn.

På noen måter kan man si at der er likhetstegn mellom det å lære å lese og det å lære matematikk. I begge tilfeller må vi forholde oss til nedtegnede symboler. Samtidig finnes der forskjeller. Ofte har man i forsking sett på elever med matematikkvansker som en gruppe. Men som Jordan og Montani [4] viser, har elever som både har lesevansker og matematikkvansker en annen sammensetning av vanskene enn elever som ”bare” har matematikkvansker. Ved løsing av kalkulasjons- og tekstoppgaver arbeidet elever med matematikkvansker sent, men nøyaktig, mens elever med både lesevansker og matematikkvansker hadde feilaktig representasjon av problemet og tellefeil.

Det ble derfor spennende å se hvordan dette ville forholde seg med tanke på elevers kunnskap om posisjonssystemet. Ville elever som ”bare” har matematikkvansker, ha et bedre resultat enn elever med både lesevansker og matematikkvansker?

Denne studien av 11-åringers kunnskap om posisjonssystemet viste at elevenes evne til lesing i 2. klasse ikke så ut til å ha noen betydning for elevens kunnskap om posisjonssystemet i 5. klasse. Det var elevens matematikkpresentasjoner i 2. og 4. klasse som så ut til å ha betydning for elevens kunnskap om posisjonssystemet i 5. klasse. Det tyder på at elevens leseferdighet ikke har betydning for elevens tilegnelse av kunnskap om posisjonssystemet.

Hva betyr denne studien for meg som er lærer?

At leseferdighet ikke ser ut til å ha sammenheng med kunnskap om posisjonssystemet, betyr at elever som har vansker under leseinnlæringen, ikke nødvendigvis vil ha vansker med å tilegne seg kunnskap om posisjonssystemet. Det kan like gjerne være en elev som ikke har vansker med innlæringen av lesing, som viser vansker ved tilegnelsen av kunnskap om posisjonssystemet.

Kunnskap om posisjonssystemet består av flere nivå. Dersom vi som lærere kjenner flere nøkkelaspekt og nivå, kan vi hjelpe flere elever tidligere og gi dem mer varierte erfaringer knyttet til kunnskap om posisjonssystemet. Skillet mellom 11-åringene i studien som var enten på nivå 1 eller 2 eller på nivå 5, er det sannsynlig at vi finner i flere klasserom. Slik jeg ser det, vil den enkelte lærers kjennskap til de ulike nivåene som er beskrevet her, kunne hjelpe elever som sliter med å tilegne seg kunnskap om posisjonssystemet. Når man kjenner de ulike nivåene, kan man lettere legge til rette for at elevene kan få erfaringer og oppfølging som hjelper hver enkelt elev videre i sin konstruksjon av kunnskap.

Litteratur

[1] Hammervoll, T. og Ostad, S. (1999/2002) Basiskunnskaper i Matematikk. Prøveserie for grunnskolen. Oslo: N. W. Damm & Søn AS.

[2] Hanich, L. B., Jordan, N. C., Kaplan, D. og Dick, J. (2001). Performance Across Different Areas of Mathematical Cognition in Children With Learning Difficulties. Journal of Educational Psychology, 93 (3), 615-626.

[3] Jones, G. A., Thornton, C. A., Putt, I. J., Hill, K. M., Mogill, A. T., Rich, B. S. og van Zoest, L. R. (1996). Multidigit number sense: A framework for instruction and assessment. Journal for Research in Mathematics Education, 27 (3), 310-336.

[4] Jordan, N. C. & Montani, T. O. (1997). Cognitive Arithmetic and Problem Solving: A Comparison of Children with Specific and General Mathematics Difficulties. Journal of Learning Disabilities, 30 (6), 624-634, 684.

[5] Kamii, C. (2000). Young Children Reinvent Arithmetic. Implications of Piaget's Theory. New York, NY: Teachers College, Columbia University.

[6] Lindland, E. (2003) Tallet 10 – bare enda et siffer? Tangenten, 2, 28-33.

[7] Lindland, E. (2004) Kunnskap om posisjonssystemet hos elever som -verken har lesevansker eller matematikkvansker, - har både lesevansker og matematikkvansker, - har matematikkvansker, - har lesevansker. Hovedoppgave i spesialpedagogikk. Høgskolen i Stavanger.

[8] Læringssenteret (2001). Kartlegging av lesedugleik. Lærarrettleiing for 2. klasse. Oslo.

[9] Ostad, S. A. (1999). Elever med matematikkvansker. Studier av kunnskapsutviklingen i strategisk perspektiv. Oslo: Unipub Forlag, Akademika AS.

[10] Reikerås, E. (2004). Sammenhenger mellom matematikkvansker og lesevansker sett i et longitudinelt perspektiv. En sammenligning av elever med og uten matematikkvansker og/eller lesevansker. I Engström, A. (red.) Demokrati og delaktighet – En utmaning för specialpedagogiken i matematik. Rapport fra det 2. forskar seminaret om matematikvansker. Sverige: Örebro Universitet.

[11] Reikerås, E. (2006). Performance in solving arithmetic problems: a comparison of children with different levels of achievement in mathematics and reading. European Journal of Special Needs Education, 21 (3), 233-250.

[12] Ross, S. H. (1985). The Development of Children's Place-Value Numeration Concepts in Grades Two Through Five. University of California, Berkeley.

Noter

1 Hovedoppgaven er en del av en større studie. For nærmere beskrivelse se for eksempel Reikerås, 2004, 2006.

2 Elevene ble kartlagt ved hjelp av Hammervoll og Ostads matematikkartlegging [1] da de gikk i 2. og 4. klasse. Elever som skåret blant de 15 % svakeste resultatene ved begge kartleggingene blir her sett på som elever med matematikkvansker. Elever med lesevansker hadde i lesekartleggingen i 2. klasse et resultat som var blant de 15% svakeste, [8. Elever med både lesevansker og matematikkvansker hadde et resultat som var blant de 15 % svakeste på alle de tre kartleggingene. Elever med verken lesevansker eller matematikkvansker hadde et resultat som var blant de 70 % høyeste på alle de tre kartleggingene.