

Christoph Kirfel

# Romerske rundbuer med treklosser



På bildene ser vi hvordan romerne kunne bygge buer som kunne bære stor vekt. På den måten kunne de lage portaler, vinduer og knytte sammen bro Pilarer. Søylene til høyre og venstre tar av for vekten som måtte legges på toppen av buen. Vi skal her se hva slags matematikk som gjemmer seg i denne byggeskikken og hvordan vi må dimensjonere våre byggeklosser for å kunne lage bro over et gitt spenn.

I vår artikkel har vi erstattet siporeksklossene med treklosser. Vi velger å arbeide med klosser som har et trapesformet tverrsnitt. Vi velger også at trapesene skal være symmetriske om linjen mellom midtpunktene av de to parallelle sidene. Slike klosser kan en med litt fingerfer-



Johann Sandås fra Oppedgård videregående skole har bygget modellen. Den er saget ut i siporeks. Målene på grunnklossen er  $10 \times 5$  cm. Støttende element er laget i tre, slik som også romerne gjorde det. Nøkkelsteinen på toppen er viktig. Den settes på til slutt, før støttekonstruksjonen fjernes. Hver enkelt kloss er først tegnet og beregnet på papir. Det er et 'odde' antall klosser i buen. Modellen viser prinsippet i arkivolt-arkitektur.

dighet sage ut av en bjelke eller litt tjukkere plank. Planketjukkelsen setter vi lik  $c$ .

Med tanke på trapeset så er  $c$  lik høyden eller avstanden mellom de to parallelle sidene.

For å få til en bue må overkanten  $a$  av klos-



sen være bredere enn underkanten  $b$ .

Vi prøver nå å regne ut hvor stor radien i den 'sirkelbuen' er som klossene kan settes sammen til.

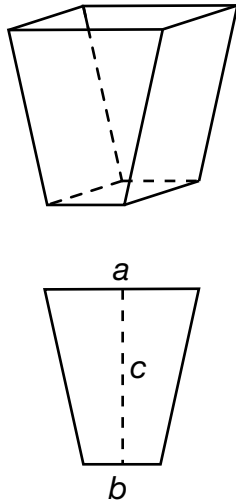
Ved å se på de formlike trekantene i frontflaten får vi med

$$\text{en gang: } \frac{R}{b} = \frac{R+c}{a}$$

$$\text{eller } aR = bR + bc \text{ eller } (a-b)R = bc \text{ dvs.}$$

$$R = \frac{bc}{a-b}$$

Jo mindre forskjellen  $a - b$  mellom overkantens og underkantens lengde er jo større blir radien. Radien vokser også når man velger tjukkere materialer (øker  $c$ ) og ellers beholder målene likt.



Nå skulle man tro at vi dermed har beskrevet hele problemstillingen uttømmende og at vi for et gitt brospenn (avstand  $2R$  mellom pilarene) kan velge passende  $a$ ,  $b$  og  $c$  og at vi bare kan sette i gang sagingen. Imidlertid

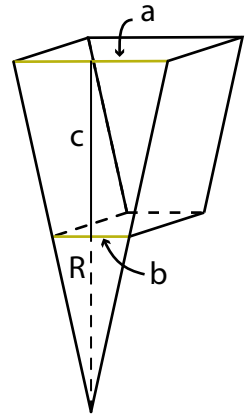
ønsker vi jo å fylle buen ( $180^\circ$ ) med et helt antall klosser. Normalt vil vi ikke bruke halve eller kvarte klosser for å fylle opp buen.

På bildet i starten av artikkelen er det brukt 11 klosser. I tillegg ser vi at det er vanlig med en 'hjørnestein' på toppen. Skal vår bygning også ha en slik hjørnestein må vi benytte et odde antall klosser slik som på tegningen.

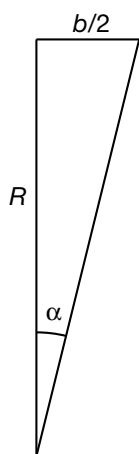
Hver klosse dekker da en ellevetedel av en halvsirkel.

$$\alpha = \frac{180^\circ}{11} \approx 16,36^\circ$$

For å få dette til må vi påse at forholdet  $(b/2)/R$  svarer til tangens av den tilhørende vinkelen.



$$\frac{b}{2R} = \tan \frac{180^\circ}{11} = \tan 16,36^\circ \approx 0,29362649$$



Tangens til en vinkel er forholdet mellom katetene (motstående/hosliggende) i en rettvinklet trekant der den ene hjørnevinkelen er nettopp lik den aktuelle vinkelen.

Hvis vi sier at antall steiner i buen skal være  $n$ , der  $n$  vanligvis er et oddetall så er det bare noen utvalgte verdier som er mulige for forholdet mellom den halve underkantsbredden  $b/2$  og radien  $R$ .

$$\frac{b}{2R} = \tan \frac{180^\circ}{n}$$

### Eksempel

Vi bestemmer oss for å bygge en modell av en rundbue med 19 steiner og spennet mellom pilarene er på 32 cm.  $2R = 32$  cm. Vi har materialer tilgjengelig som er 4 cm tjukke. Da har vi

$$n = 19, \quad 2R = 32, \quad c = 4$$

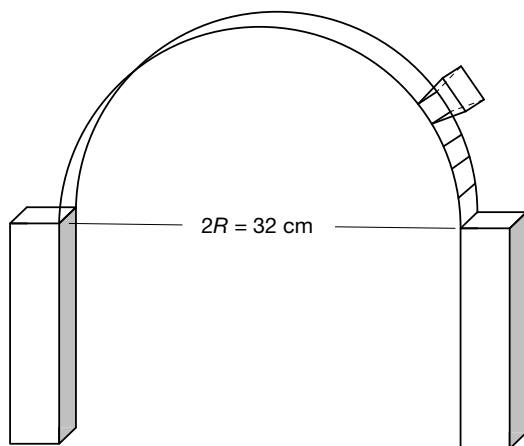
$$\alpha = \frac{180^\circ}{19} \approx 9,47^\circ$$

$$\tan \alpha = \tan \frac{180^\circ}{19} \approx \tan 9,47^\circ \approx 0,167$$

$$b = 0,167 \cdot 2R = 5,340$$

$$a = \frac{b \cdot (c + R)}{R} = \frac{5,340 \cdot (4 + 16)}{16} = 6,675$$

Dermed har vi alle målene som skal til for byggingen. Lykke til!



| Antall steiner i buen $n$ | Vinkel $180/n$ | $\tan(180/n)$ |
|---------------------------|----------------|---------------|
| 3                         | 60             | 1,732         |
| 4                         | 45             | 1             |
| 5                         | 36             | 0,727         |
| 6                         | 30             | 0,577         |
| 7                         | 25,714         | 0,482         |
| 8                         | 22,5           | 0,414         |
| 9                         | 20             | 0,364         |
| 10                        | 18             | 0,325         |
| 11                        | 16,363         | 0,294         |
| 12                        | 15             | 0,268         |
| 13                        | 13,846         | 0,246         |
| 14                        | 12,857         | 0,228         |
| 15                        | 12             | 0,213         |
| 16                        | 11,25          | 0,199         |
| 17                        | 10,588         | 0,187         |
| 18                        | 10             | 0,176         |
| 19                        | 9,474          | 0,167         |
| 20                        | 9              | 0,158         |