Marit Johnsen Høines
Toril Eskeland Rangnes

Å måle – er å forstå mer enn selve målingen

Samtidig som denne artikkelen handler om elevers måleaktiviteter, handler den om hvordan vi utvikler oss som lærere gjennom å bevege oss mellom situasjoner i klasserommet og samtaler med kolleger. Her kommer vi stadig tilbake til *hvordan det å arbeide mye med måling kan gjøre noe med matematikkforståelsen.*

Situasjon: Hva skal vi måle med?

7-åringene skal bygge ferje av byggeklosser og går løs på oppgaven med liv og lyst. Å bygge med byggeklosser er noe unger kan. Det er noe som de er vant til å gjøre sammen med andre. Fantasien får fritt spillerom og ferjene blir ulike. Noen blir veldig høye, andre lange. De har mønstre på siden. Alle ferjene har vinduer. Elevene problematiserer gjerne åpningen i ferja; der bilene kjører inn. Her er ferjer med badebasseng og heiser. Aktiviteten viser at de vet hva ferjer er. Samtidig er ikke alt realistisk. De lager sine ferjer, syns det er kjekt å problematisere hva som er mulig (og kanskje umulig).

Etter at de er ferdige blir de bedt om å måle ferja de har bygd. De skal fortelle hvor stor den er. Men hva skal de måle med?

«Vi har ikke målbånd eller linjal!»

«Se om dere kan finne noe annet dere kan bruke, da!»

De setter i gang, og diskusjonene blir kompliserte:

Hva er det som er høyden på ferja?

Hvordan går det an å måle lengden uten å måle halve omkretsen i stedet?

Noen bruker blyanten til å måle med, andre tau.

Ei av jentene mener hun må ha *skikkelig* redskap, hun aksepterer ikke noe annet enn linjal. Det resulterer i at gruppa hennes bruker linjal.

Resultat ropes ut og skrives ned:

«Tre, omtrent akkurat!»

«Litt over fire og en halv.»

«Fem og tre kvart.»

Hvordan skal tallene noteres? Enkelte elever vet hvordan en halv ser ut og skriver det som brøk. Andre tegner egne symboler for en halv og en kvart. Lars tegner det slik:

«Det er en halv lego,» sier han. De andre ser spørrende på ham. Han roter i haugen med legoklosser der det er toere, enere, firere osv. Han tar opp en ener. Viser hvordan den ser ut ovenfra og sier :

«Jeg deler den på skrå, ser du vel!»

Læreren vandrer mellom elevene og forsøker å stramme opp: *Omtrent tre hva? Fyrstikker, eller?* Elevene tegner en taustump eller en blyant bak.

Den røde blyanten er Kari sin, den blå er Trines. *De er jo ikke like lange. Oj, dette er jo like langt som tre av Karis og en av Trines!*

Fredrik skriver 3T, 5T og 2T+. T betyr tau, forklarer han. 2T+ betyr litt mer enn to tau, men ikke to og et halvt tau.

Gruppa som brukte linjalen å måle med får motbør når de presenterer ferjemålene for resten av klassen. De påstår at ferja er to meter. Det kommer raskt fra en medelev: *Det kan den ikke være! Faren min er ikke to meter en gang og ferja er mye mindre enn far!*

Kollegasamtale

Det er godt å ha kolleger å tenke sammen med. Vi kommenterer hva som har hendt:

Vi merker oss at elevene måler og skriver på sine egne måter. Vi ser at eleven som tegner røde og blå blyanter er stolt over idéen sin. De andre elevene bruker den. Når alle vet hva tegningen betyr vet alle hvor lang den målte gjenstanden er.

Dette gir innsikt i symbolfunksjonen, tenker vi fornøyd.

Det gir innsikt i å måle, å bestemme en enhet.

Det gir innsikt i at standardenheter er noe ’vi’ er blitt enige om.

Og så refererer elevene til andre lengder: «*… min far er …*»

Situasjon: Er det sant at vinduet er dobbelt så høyt som det er bredt?

Gruppa i tredje klasse er ivrige etter å komme i gang. Det er imidlertid mye som er vanskelig med oppgaven. De må finne ut hva som er høyden og hva som er bredden. Måleredskap skal velges. De skal gjøre vurderinger ut fra målingene de gjør og de må forstå begrepet *dobbelt av.* Gruppa trenger hjelp.

Elevene bruker målbånd uten at de tenker på andre alternativ. Målbåndet er ikke langt nok til å måle høyden. De må addere to store tall. Så måler de bredden og skal finne ut om to ganger dette tallet ble like mye som høyden. De arbeider tungt.

I ettertid: Vi har ansvar for om vi skal vise alternative spor

Vi prater om episoden og ser at dette kunne vært gjort svært enkelt ved å bruke bredden som måleenhet og så doblet denne for å se om det ville tilsvare høyden på vinduet. Slik ville nok de fleste ha løst oppgaven i ’den virkelige’ verden.

Var det fordi det var skoletime at vi (lærer og elever) valgte målebåndet og bandt oss til bruken av dette? Glemmer vi sunn fornuft? Vi vet godt at det var elevene som valgte. Vi så imidlertid ikke noe alternativ selv heller. Dersom vi hadde sett det, ville det vel vært vårt ansvar å spille inn, slik at elevene hadde gjort bevisste valg.

Vi husker eleven som refererte til sin fars lengde og er litt beskjemmet. Burde vi vært våkne og inspirert elevene til å tenke alternativt? Kanskje, sa en kollega, men da hadde de ikke fått regnetreningen. De hadde fått det enklere. Ja, men … hvilken innsikt er viktigst … ? Vi grubler over dette og går videre til neste episode.

Situasjon: Noen ganger skjønner elevene ikke vitsen. Ikke vi heller?

Vi arbeider i matematikkbøkene i tredje klasse. Avrunding er emnet. Elevene skjønner fort og greit prinsippet med avrunding. De vet når de skal runde av oppover eller nedover. Problemet er at *meningen* med avrundingen forblir uklar for elevene. Det er en øving og en aktivitet som de må gjøre fordi den står i boka. Læreren ser dette og prøver å argumentere med at avrunding er noe vi bruker når vi skal regne i hodet med store tall. Det ser ikke ut til å gi særlig mening. Tallene i boka er jo så enkle at de fint klarer å regne 'riktig' både i hodet og på papiret. En elev beskriver konflikten: «*Må jeg regne feil på denne siden òg, lærer?*»

Elevenes invitasjon – tenk om vi tok imot den

Tenk om vi hadde vært våkne nok til å se at eleven inviterte til en samtale om dette, kommenterer vi etterpå. Her hadde vi en mulighet. Vi kan ikke lære om avrunding når eksemplene ikke viser at det er noen vits i å runde av. Er det ofte slik at vi ber elevene lære metoder på talleksempler som er så enkle at de egentlig ikke trenger metodene? Diskuterer vi det med dem? Får de argumentere og finne eksempler selv?

Vi føler at vi var satt til å lede elevene gjennom aktiviteter de ikke kunne forstå hvorfor de arbeidet med, selv om de klarte aktivitetene. Vi føler at vi mistet kontrollen selv også. Dette handler om at vi kanskje undervurderer elevene når vi ber dem arbeide med viktige matematiske prinsipp gjennom trivielle eksempler. Det hele må vel bli uinteressant?

Situasjon: Avrunding kan ha en mening

I fjerde klasse bygger de hytte av stokker. De utfordres til å finne ut hva de kan måle på hytta. En elev foreslår at de kan måle hvor mange meter materialer de må bruke. Elevene setter i gang. Stokkene må måles hver for seg og så skal målene legges sammen. Det diskuteres hvor nøyaktig det skal være. Maren mener det ikke er så nøye, det er viktigere å finne gode tall å regne med enn å finne helt nøyaktig hvor lange stokkene er. Kristine vil være litt mer nøyaktig, men det får greie seg med hele centimeter.

Læreren går innimellom. Det er tydelig at hun lytter, iakttar hva som skjer og at hun spiller inn for å gjøre alternativer aktuelle. I samspill med henne er det noen som kommer på at de vil måle gulvflaten. Hvor mange kvadratmeterenheter trengs? Hvor mange kvadratdesimeter-enheter? Og hva med kvadratcentimeter? Klassen har kvadratiske enheter for både m^2, dm^2 og cm^2 tilgjengelig. Diskusjonen oppstår: Skal vi måle det som er innenfor stokkene eller skal vi ha ytre mål? Etter å ha lagt ut de største enhetene først, står kvadratcentimetrene for tur. Det ble litt av et arbeid. Her blir det brukt halve kvadratdecimeter og et omtrentlige antall kvadratcentimeter. Multiplikasjon brukes naturlig for å slippe å legge ut for mange enheter.

Det oppsto en annen 'meningsfullhet' enn vi hadde tenkt på.

«Dette ble fantastisk meningsfullt. Det er nesten rart at det ble så bra!» – utbrytes det i samtale etterpå. Tenk på hvordan jeg innledet til målingen. I stedet for å si: «Hvordan kan vi beskrive hvor store hyttene blir,» sa jeg: «Hvordan kan vi måle hyttene?» Jeg glemte på en måte at vi tidligere snakket om at vi skal tenke på at det er en vits i å måle.

Men det var jo tydelig at elevene syntes det var meningsfullt. De ble forferdelig opptatt av det. Det ble så klart at avrunding fikk en mening. Ingen snakket om rette eller gale svar. De snakket om *omtrent* på en god måte. Gruppene gjorde vurderinger ut fra den praktiske situasjonen og egne regneferdigheter. Jeg opplevde faktisk at det var det de ble mest opptatt av:

Hvor nøyaktig bestemmer vi oss for å være her? Det oppsto en annen type meningsfullhet enn jeg hadde tenkt på …

Situasjon: Når er dobbelt det samme som nøyaktig det dobbelte?

Er det sant at støvelen er dobbelt så tung som sandalen? Elevene i tredje klasse skal bestemme hvordan de skal måle for å svare på spørsmålet. Marianne og Trond vurderer ved å veie støvelen og sandalen i hendene. De holder dem framfor seg, et fottøy i hver hånd, kjenner etter. De konkluderer med at støvelen må være dobbelt så tung. De andre elevene er enige.

Vi ble forvirret!

«De mener egentlig at støvelen er *mye tyngre enn* sandalen,» sier en. Dobbelt er ikke i denne sammenhengen et nøyaktig begrep definert som to ganger så mye som. Kanskje det fungerer like omtrentlig eller beskrivende som «hundre ganger så mye» eller «tusenvis av veps»?

Vi har sett at de samme elevene kan gjøre helt greie utregninger av det dobbelte i tekstoppgaver fra lærebok. De adderer eller de multipliserer med to og finner det korrekte svaret. Disse elevene vet hva det dobbelte av et antall er, og de vet hva det dobbelte av en lengde eller et volum er. Vi har arbeidet med dette innenfor tall, geometri og i praktiske sammenhenger på ulike måter.

Det er noe med sammenhengen her som gjør det ulikt. De har andre referanser. Dobbelt så mye betyr tydeligvis ikke det samme. Vi ser dem for oss mens de holder et fottøy i hver hånd og sammenligner vekten. Når vi snakker om dette merker vi at vi foretar de samme bevegelsene som elevene gjorde.

Var det spørsmålets formulering som førte til denne type vurdering?

Var det å veie i hånden?

Hadde *det dobbelte av*, eller *dobbelt så mye som* et annet innhold i en mer folkelig språkdrakt og i mer folkelig sammenheng?

Hvor ofte har vi ikke feiltolket slike situasjoner. De vet ikke hvor mye *'dobbelt så mye som'* betyr, kunne vi tenkt. Hva ville skjedd dersom de ble utsatt for en overfladisk test, disse elevene?

Har *vi* noen begreper vi forholder oss til på den måten? Sier vi for eksempel noen gang *proporsjonalt med*, eller *omvendt proporsjonalt med* uten å referere til et strengt matematisk begrep?

Hvordan snakker jeg med elevene om dette?

Aksepterer jeg at vi noen ganger forholder oss på denne måten til begreper og andre ganger ikke? Eller forvalter jeg det som feil eller misoppfatninger?

Innenfor naturfag snakker de positivt om alternative forestillinger.

Situasjon: Når trenger jeg å gjøre 'nøyaktige' målinger?

Tredjeklassen skal lage fuglekasser. Materialer er kjøpt inn. Temaet er tverrfaglig, elevene arbeider med natur- og miljøfag og matematikk. De deles inn i grupper. Alle gruppene lager sin fuglekasse. Her må de ha tunga beint i munnen. Det blir viktig å være mest mulig nøyaktig, for ellers vil de ikke klare å sette fuglekassene sammen skikkelig. De måler, tegner hjelpestreker og sager. Ulike fugler har ulike behov. Elevene har funnet ut hvor stort hullet skal være, og hvilken avstand det skal være fra bunnen av kassen til hullet for at 'deres' fugl skal trives.

Vi nikker: Å måle får en funksjon. Det er viktig å vite størrelsene. Det skal være plass til fuglen. Kassen skal lages som følge av fuglens behov. Å være nøyaktig her får betydning. Det betyr det samme som å tenke gjennom *grad av nøyaktighet*.

Til ettertanke

Hva enhetene gjør med oss!

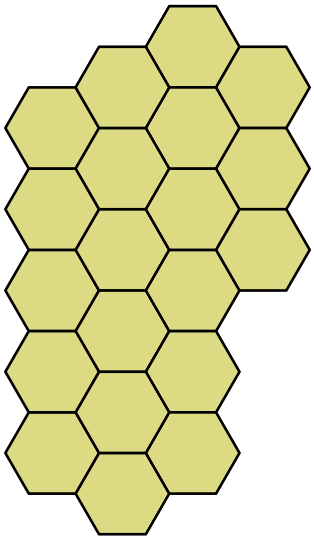
Når vi arbeider med måling vet vi at vi lærer mer enn å si hvor stort noe er. Når vi måler, måler vi *noe*. Vi får innsikt i det å måle, vi får innsikt i redskapene og målenhetene, vi får innsikt i hvilken funksjon målingene har og vi får *innsikt i det vi måler.* Å måle er å finne hvor mange enheter det er plass til. Det gjelder også når vi måler tid. Når vi sier hvor mye klokka er eller hvilken dato det er. Målingen blir viktig for selve tidsbegrepet.

Å arbeide med flatemål gir eksempelvis innsikt i hva flate er. Det er ikke trivielt å forstå at to flater som har ulik form kan være like store. Det er ikke trivielt å tenke gjennom at en kvadratdesimeter kan være femkantet, at målenhetene egentlig ikke trenger å være kvadratiske. Å måle er å sammenligne sammenlignbare størrelser. Voksne og barn kan oppleve det utfordrende å anslå hvor stor en flate er som ikke er regulær. Velg en slik flate, det kan være et sidevindu eller en lykt på en bil, bunnen av ei skål eller fat som ikke er regulært, eller en rund duk. Anslå hvor stort det er (*uten* å relatere til språk som 'lengde-ganger-bredde', eller 'pi-radius-i andre'). Opplev at det for noen av oss kan være frydefullt å ta feil! Ved å anslå hvor store flatene er, arbeider vi med eget flatebegrep.

Valg av målenheter får betydning for flatebegrepet. Vi merker en sunn forvirring når vi problematiserer at *kvadratet* er etablert som enhet. Vi snakker om *kvadrat*meter. På nynorsk ble lenge ordet *rute*meter brukt. Vi registrerer hvordan kvadratene bygger opp mot eller virker som forklaring for formlene vi bruker.

Vi skal gange lengde med bredde. 4 m × 5m. Det er plass til 4 kvadratmeter den veien og det er plass til 5 slike rekker. Det er plass til 20 kvadratmeter. Vi hører vår egen stemme og opplever at det fungerer godt. Vi ser flaten som rutenett. Det virker konkretiserende.

Så begynner vi å gruble. Dersom vi tenker at enhetene så slik ut:



Disse sekskantene er 1 cm^2. Området er altså 20 cm^2. Hva hadde det gjort med begrepet hvis vi like gjerne så det for oss på denne måten?

Ole Skovsmose snakker om matematikkens

formaterende kraft. Det handler om at matematikkens struktur gjør noe med hvordan vi forstår fenomener, den former vår forståelse. Det kan være til hjelp, men det kan også være slik at vi låses, eller utelater aspekter som kan være aktuelle. Vi grubler over om vi er blitt litt 'kvadratiske' i vår oppfatning av areal.

Hvordan er det med literen? Er det lett å forstå at den er 1 dm^3? Melkekartongen ser jo slett ikke slik ut?

Vi har ansvar for å gjøre elevene delaktige i hva vi tenker om det vi gjør.

Vi måler fordi vi har bruk for å vite størrelsene. Har vi plass til …? Trenger vi mer? Er det nødvendig med …? Har vi tid til …? Vi snakker om funksjonell kunnskap. På skolen måler vi ofte for å lære å måle. Eller vi måler for å lære om for eksempel lengde. Noen ganger får vi det til å henge sammen; det er når vi merker at vi måler fordi det har betydning å vite størrelsen. Vi har ansvar for å gjøre elevene delaktige i dette. Noen ganger øver vi oss. Det kan imidlertid ikke alltid være slik at det bare er for å øve oss. Vi trenger tilstrekkelig mange situasjoner der det er 'vits i' å måle.

Samtidig må vi ta høyde for at barn ser betydninger i aktiviteter på andre måter enn vi gjør.

Vi iakttar at situasjonene har lært oss at å arbeide med måling kan innebære læring på andre måter enn vi hadde tenkt. Det handlet om det vi hadde forventninger til at slike aktiviteter skulle handle om. Og det handlet om så mye mer.

Fjerdingsveg

Slik vert måleeininga fjerding brukt i to eventyr frå Asbjørnsen og Moe:

> *Småguttene var alt ute på myren for å sanke multer, og jublet hver gang de så en rødmende kart. Jomfruen og jeg fulgte efter. Kranset med furu og gran strakte myren seg fjerdinglangt ut mot vest.* (Frå Huldreætt.)
>
> *Jeg skyndte meg avsted, men jeg ble snart var at det var lenger unna enn jeg hadde trodd i førstningen; for da jeg hadde gått en halv fjerdings vei, skilte en dyp dal meg fra lyset.* (Frå En Sommernatt på Krokskogen.)

Fjerding vart brukt til å beskriva lengde og var ei ¼ *mil* (9000 *fot*) eller om lag 2824 meter. Fjerding er lite brukt og vi kan trenge ei forklaring på avstandane i disse to eventyra. Fjerdingsveg har vore i bruk til 1900-talet. I ein stil frå 1905 skriv Søren Korneliusson Hauge: «Heimen min ligg på nordsida av Gloppefjorden om lag ein fjerdingsveg frå Sandane …» (munnleg kjelde: Kåre Hauge, Gloppen).

Dette er eitt av fire bidrag frå Jon Henjum om bruk av måleeiningar i eldre tid. Dei andre står på side 26 og 45.